

Interpretación de fenómenos físicos de la materia



Eduardo Ochoa Hernández
Juan Carlos García García
Silvia Ochoa Hernández
Marisol Rodríguez Núñez
Salvador Covarrubias Jara



Semestre 3



PRESENTA:

Interpretación de fenómenos físicos de la materia



Autores:

Eduardo Ochoa Hernández
Juan Carlos García García
Silvia Ochoa Hernández
Marisol Rodríguez Núñez
Salvador Covarrubias Jara

Título original de la obra:

Interpretación de fenómenos físicos de la materia. Copyright © 2014 por CONALEP/CIE. Gral. Nicolás Bravo No. 144, Col. Chapultepec C.P. 58260, Morelia Michoacán, México. Tel/fax: (443) 113-6100 Email: arturo.villasenor@mich.conalep.edu.m

Registro: **CONALEP-FFMATERIA -1A**

Programa: Profesor escritor. Desarrollo de la competencia de la producción de información literaria y lectura.



Esta obra fue publicada originalmente en Internet bajo la categoría de contenido abierto sobre la URL: <http://www.cie.umich.mx/conalepweb2013/> mismo título y versión de contenido digital. Este es un trabajo de autoría publicado sobre Internet Copyright © 2014 por CONALEP Michoacán y CIE, protegido por las leyes de derechos de propiedad de los Estados Unidos Mexicanos. No puede ser reproducido, copiado, publicado, prestado a otras personas o entidades sin el permiso explícito por escrito del CONALEP/CIE o por los Autores.

Ochoa, H. E.; *et al.* (2014) **Interpretación de fenómenos físicos de la materia**. México: CONALEP/CIE

xii, 197 p.; carta

Registro: **CONALEP-FFMATERIA -1A**

Documentos en línea

Editores:

Ing. Eduardo Ochoa Hernández

Lic. Filho Enrique Borjas García

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del “Copyright”, bajo las sanciones establecidas por la ley, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

©2014 Morelia, Michoacán. México.

Editorial: CONALEP Michoacán

Col. Chapultepec norte, Gral. Nicolás Bravo No. 144, Morelia, Michoacán.

<http://www.cie.umich.mx/conalepweb2013/>

Registro: **CONALEP-FFMATERIA -1A**

ISBN: En trámite

Impreso en _____

Impreso en México –Printed in Mexico

DIRECTORIO

Dr. Salvador Jara Guerrero
Gobernador Constitucional del Estado de Michoacán

Dr. Armando Sepúlveda López
Secretario de Educación

Dr. Isaías Elizarraraz Alcaraz
Subsecretario de Educación Media Superior y Superior

Ing. Fernando Castillo Ávila
Director de Educación Media Superior

M.A. Candita Victoria Gil Jiménez
Directora General del Sistema CONALEP

Lic. Daniel Trujillo Mesina
Titular de la Oficina de Servicios Federales en Apoyo a la Educación en Michoacán

Dr. Gerardo Tinoco Ruiz
Rector de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Lic. José Arturo Villaseñor Gómez
Director General del CONALEP Michoacán

Lic. José Azahir Gutiérrez Hernández
Director Académico

L.E. Rogelio René Hernández Téllez
Director de Planeación, Programación y Presupuesto

Lic. Faradeh Velasco Rauda
Directora de Promoción y Vinculación

Ing. Mónica Leticia Zamudio Godínez
Directora de Informática

Lic. Víctor Manuel Gómez Delgado
Director de Servicios Administrativos

Ing. Genaro González Sánchez
Secretario General del SUTACONALEPMICH

Tec. Juan Pineda Calderón
Secretario General del SUTCONALEP

Prefacio



Estimado estudiante:

Las palabras que sombrean estas páginas, no son simple ciencia dentro del diálogo como depósitos de datos e información, ni son cuestión de vocabulario o listado de definiciones, son la experiencia generosa de la comunidad CONALEP Michoacán, esa realidad oculta pero necesaria que respaldó las tareas de investigación y composición literaria del discurso que integra este libro. Nos referimos a los profesores, administrativos y sindicatos que hoy convergen en el umbral de la existencia para apoyar a un grupo de profesores escritores que han creado en el sereno libre, arquitecturas de conocimientos como un viaje de aprendizaje que exigirá del estudiante, lo mejor de sí mismo ante la presencia luminosa del texto, ese que pretende enseñarle a caminar con la frente en alto.

Las ideas asociadas en este texto, equivalen a la imaginación lograda en el acto de escribir desde otros textos, al decodificarlas el estudiante, se le exige más vocabulario para enriquecer su habla y hacer ver a sus ojos más allá de la estrechez de la información que inunda a la sociedad moderna. El libro no presenta la superficie de la existencia como cruda observación, procura que su dificultad incite a perforar la realidad hasta reflexiones que renueven los modos inciertos de dar significado al mundo. La ciencia, la literatura y la tecnología no las percibimos como mundos incommunicables, los valores son explícitos caminos que las vinculan en torno al currículo del técnico bachiller. Tienen estos textos organización de premisas, técnicas, justificaciones, normas, criterios y como Usted se dará cuenta, también mostrará nuestros límites para seguir haciendo puentes entre las incesantes creaciones de nuevas fronteras de la investigación científica y técnica. Se pretende que estos libros sean contenido y no un libro de prácticas escolares, sean la herramienta de complementación para enriquecer los discursos de la enseñanza-aprendizaje.

Los profesores de CONALEP enfrentan a diario las carencias visibles de medios tecnológicos, materiales y documentales, sería fácil usar las palabras para señalar hasta el cansancio nuestras apremias, pero se ha decidido mejor producir libros como testimonios vivos y luminosos que renueven el rol social de la academia colegiada sensible a la condición social, susceptible de ir perfeccionándose con la acumulación de esta experiencia literaria, para servir de mejor manera al enriquecimiento de las competencias necesarias para realizar el sueño de éxito de tantos jóvenes Michoacanos.

Lic. José Arturo Villaseñor Gómez
Director General del CONALEP Michoacán

Mensaje a la comunidad académica



Con la colaboración docente, administrativa y sindical se realizó el esfuerzo de producir literatura de contenido en apoyo a la formación curricular en CONALEP Michoacán. El libro, esa experiencia de conocimiento se ha democratizado, ya no es un secreto o privilegio de unos cuantos, el texto virtual en la Web resolvió lo que la imprenta de Gutenberg no logró hacer, la auto publicación, la biblioteca virtual móvil, el libro electrónico y el texto digital; esto nos replantea migrar a una pedagogía interactiva con la experiencia del conocimiento. Desde luego que el libro clásico como dice Humberto Eco, nadie puede acabar con su poder en esta sociedad. Promover crear y leer literatura es enriquecer el vocabulario, el desarrollo intelectual, la agudeza de la creatividad y pintar la realidad con lo que nacemos libres: la imaginación.

El docente escritor, dirige el aprendizaje en función de la experiencia de reconstruir el conocimiento contemplado en el currículo. Se realiza el acto de pensar al escribir e investigar los modelos de conocimiento, ensayo, libro, tesis, reseña, síntesis, semblanza, resumen, análisis de texto, definición, argumento, razonamiento, hipótesis, patente, marco teórico, revisión, poema, novela, cuento, ... entre otros, resuelven la necesidad de conocer, ser y aprender. El docente escritor escribe y publica su propuesta en el formato de libro, con ello, se abre a la crítica social y expone su calidad como marco ético de revaloración moral frente a su comunidad.

La escritura es más que gramática y semántica, es el acto de estructurar el pensamiento en un modelo de conocimiento, es volver a dar voz al profesor como producción de la libertad de cátedra, acto creativo original en el que encarna la soberanía de la sociedad como expresión cultural particular que habla desde su propio tiempo. Leer para crear es el acto sustantivo del novel. Escribir es una cierta reorganización del conocimiento previo en un acto de creación, donde la teoría literaria, los marcos normativos de estilo, la psicolingüística, la epistemología y la comunicación son los pilares de plataforma del aprendizaje centrado en el acto creativo.

Este libro fue escrito para compartir la felicidad de crear la presencia del docente en el texto. CONALEP desarrolla un programa académico para impulsar su capacidad y compromiso social para generar las ideas curriculares para enriquecer la sensibilidad y la imaginación científica, técnica y humanista de su comunidad.

Lic. José Azahir Gutiérrez Hernández
Director Académico

La palabra no solo nos otorga realidad, también tengo la sensación de que tiene vida propia separada de nosotros, y que cuando hablamos o escribimos, especialmente en momentos de intensa emoción, no hacemos más que dejarnos llevar por una sílaba amable o una frase complaciente.

Eric Ormsby. *Fine incisions*

Leer es una tarea de la memoria por medio de la cual las ficciones nos permiten disfrutar de experiencias ajenas y lejanas en el tiempo como si fueran nuestras.

Alberto Manguel. *La ciudad de las palabras*

En toda obra literaria se afirma una realidad independiente de la lengua y del estilo: la escritura considerada como la relación que establece el escritor con la sociedad, el lenguaje literario transformado por su destino social. Esta tercera dimensión de la forma tiene una historia que sigue paso a paso el desgarramiento de la conciencia: de la escritura transparente de los clásicos a la cada vez más perturbadora del siglo XIX, para llegar a la escritura neutra de nuestros días.

Roland Barthes, *El grado cero de la escritura*

Palabra escrita bajo luz

En un mundo cada día con más canales de comunicación, la palabra escrita camina por los muros que denuncian el drama catastrófico sobre el medio ambiente y sobre el control de la vida humana; el combustible de esta desesperanza produce apatía profunda por tener contacto con el mundo de la literatura, esta distorsión moral parece reflejarse entre los que no quieren sentir responsabilidad ni pensar, dejando a otros su indiferencia al ser prisioneros de ligeras razones y tirria justificada en la empresa de sobrevivir.

Especular en un mundo sin libros es exponer al mundo a la ausencia de pensamiento, creatividad y esperanza. Los libros, dedicados a ser arrebatados por el lector, están expuestos a ser poseídos por las bibliotecas vacías y que con el tiempo opacan sus páginas y empolvan la cubierta de lo que alguna vez fue un objeto de inspiración. Resulta difícil transcribir este instante de un peligroso espacio donde ya muy pocas palabras sobreviven dentro de la reflexión y las pocas sobrevivientes han abandonado la unión del sentido de vivir y el sentido del pensar científico. Escribir pasa de ser un placer repentino a ser una necesidad inminente, es el puente entre lo conocido y lo inexplorado. Es un reto de hoy en día inmiscuirse en lo que una vez fue lo cercano y dejar de lado la novedad tecnológica para poder, a través de las barreras que nos ciegan, abrir fronteras literarias. Es un proyecto que conspira a favor de la libertad creativa, de la felicidad lúcida cargada de libros embajadores de nuevas realidades.

Entre un mar de razones dentro del libro escolar en crisis, se percibe la ausencia de esa narrativa del cuerpo del texto, misma que alimenta al lector de una experiencia de conocimiento, su ausencia, es más un mal glosario, de un mal armado viaje literario científico o de ficción. En esos viajes de libros en crisis, nos cansamos de mirar espacios vacíos de talento, emociones y sensibilidad para responder a un entorno adverso; son muchas veces un triunfalismo de autoevaluación y una falsa puerta de una real competencia para actuar en la realidad. Uno no solo vive, escucha la voz interior de un libro, uno es fundado en el manejo del lenguaje que explica, crea, aplica o expande los límites del horizonte de nuestro imaginario actuante en lo real. No vivimos leyendo texto, sino leyendo

el paisaje de una realidad, el libro toma la voz del progreso en una siempre reconstrucción lingüística del sujeto que explica, transforma y comunica desde los desafíos de su generación.

La información cruda que tanto rellena los libros grises, oscuros y papel pintado; requiere ser dotada de conceptos que permitan alimentar al sujeto que toma decisiones, que explora con paso lento, que mira por dentro del lenguaje y aplica la información que cobra sentido en la siempre expansión de las ideas.

Escribir un libro es siempre reconstruir un discurso, sus lectores en este discurso son el puente a un texto profundo que demanda esfuerzo en la reconstrucción de los procesos de razonamiento y el entretejido del discurso que involucra información de fondo, esas fuentes que justifican su análisis y poseen significado privilegiado para la comprensión de una realidad.

El lector puede hacer uso del libro con su propia experiencia y con su autoayuda, al precisar términos y conceptos para prolongar su horizonte de interpretación, el libro se hace cargo de la memoria de un plan de estudios, es un discurso de diferentes capas de argumentos, tras este texto se anuncia un orden de experiencia propuesto para su aprendizaje. El libro está conformado para jóvenes con memoria sin dolor para nuevas palabras, aborda el olvido como una deficiencia de interactividad entre el discurso argumentativo y los referentes conceptuales. Esto es el reto en la producción de los libros CONALEP. La propuesta es una reconstrucción de una semántica más profunda, como el principal reto del estudiante técnico bachiller del siglo XXI.

Libro,...

todos te miran,

nosotros te vemos bajo la piel.

SUMARIO

Capítulo I: Patrones de medición

1.1. ¿Qué es ver en la física?	2
1.2. Medir	9
1.3. Sistema internacional de medición (SI)	12
1.4. Método científico	17
1.5. Magnitud escalar	19
1.6. Magnitud vectorial	21
1.7. El vector en \mathbb{R}^2	23
1.8. El vector en \mathbb{R}^3	31
1.9. Magnitud tensorial	38
1.10. Problemario	50
1.11. Autoevaluación	51
1.12. Soluciones del problemario	52
1.13. Soluciones de autoevaluación	53
1.14. Conclusiones	54
Referencias	56

Capítulo II. Determinar fuerzas de cuerpos en reposo

2.1. Newton	59
2.2. Equilibrio traslacional	67
2.3. Equilibrio rotacional	72
2.4. Problemario	79
2.5. Autoevaluación	80
2.6. Soluciones del problemario	83
2.7. Soluciones de la autoevaluación	85

2.8. Conclusiones	86
Referencias	87

Capítulo III: Movimiento en dos dimensiones

3.1. Componentes del movimiento	89
3.2. El tiempo es esa referencia de cambio infinitesimal	93
3.3. Pero... el tiempo no es una muy buena referencia	95
3.4. El tiempo es una dimensión	97
3.5. Posición, distancia y desplazamiento	99
3.6. Velocidad y dirección	100
3.7. Movimiento acelerado	103
3.8. Cálculo de la caída libre	114
3.9. Tiro vertical	117
3.10. Representación gráfica	119
3.11. Determinar el movimiento en tres dimensiones	120
3.12. Tiro parabólico en dos dimensiones	125
3.13. Movimiento circular uniforme	129
3.14. Problemario	141
3.15. Autoevaluación	143
3.16. Soluciones del problemario	145
3.17. Soluciones de autoevaluación	146
3.18. Conclusiones	147
Referencias	148

Capítulo IV: Trabajo y energía

4.1. Primera época: calor, luz, métricas de energía	151
4.2. Segunda época: Forma matemática de la energía	156
4.3. Tercera época: el desarrollo termodinámico y relativista	158
4.3.1. Transformaciones de Galileo	161
4.3.2. Transformadas de Lorentz	164
4.3.3. Postulados de la relatividad especial	164

4.3.4. Dilatación del tiempo	169
4.3.5. Contracción del espacio	170
4.3.6. $E=mc^2$	171
4.4. La termodinámica	177
4.5. Trabajo	180
4.6. Cálculo de la energía cinética	182
4.7. Cálculo de la energía potencial	185
4.8. Problemario	187
4.9. Autoevaluación	191
4.10. Soluciones del problemario	194
4.11. Soluciones de la autoevaluación	195
4.12. Conclusiones	196
Referencias	197

Capítulo I. Patrones de medición

“La belleza de la física queda resumida en un simple hecho: un niño puede plantear preguntas que ningún profesor puede contestar. De hecho, descubrir las grandes cuestiones de la física es algo así como buscar paja en un pajar. Cuando se trata de la física, parece que no existen preguntas pequeñas. Una cuestión o experimento aparentemente insignificantes conducen a menudo a profundos descubrimientos.”

Michael Brooks (2011) The big questions: Physics. PCL

1.1. ¿Qué es ver en la física?

"Descifrar lo que está delante de nuestros ojos requiere una lucha constante" Orwell

La física es un campo disciplinar en el que sus ideas y consensos de verdad ocurren a la luz de pruebas experimentales y predicciones teóricas. Un gran físico como Richard Feynman interesado en la computación y la teoría de la información, es reconocido que no aprendía de manera convencional, **gustaba de los detalles** que dieran claridad sobre cuestiones físicas; es de destacar, más allá de sus modelos de interacción de la luz y la materia,¹ Feynman nos heredó un modo de vivir nuestros sentidos físicos integrados al resto de nuestros sentidos, postuló que una conducta científica íntegra es congruente con: "El primer principio, es que no has de engañarte a ti mismo... y uno es la persona más fácil de engañarse"². Es decir, debemos ante la evidencia reconocer nuestra ignorancia, Feynman hace de esta empresa, la convicción de lograr que el ciudadano promedio pueda explicarse todas las ideas exitosas de la física; pero ¿cómo es ese aprendizaje científico?, Feynman nos dice que "no importa si una teoría a uno le gusta o le disgusta, o si es entendible o no, o razonable desde el sentido común, lo que importa es, si la misma puede predecir resultados que luego concuerden con los experimentos"... Además, Feynman nos desafía diciendo "no vivimos en nuestro tiempo a menos que entendamos que este es una tremenda aventura, algo excitante y salvaje".³ Nos invita a hacernos la pregunta ¿creemos que la ciencia, y sus contenidos son aburridos?, de esta respuesta surgirá con honradez una verdad necesaria para nuestro aprendizaje, si es que estamos dispuestos a explorar la excitante NATURALEZA, estamos también dispuestos a realizar grandes esfuerzos para comprender sus teorías, conceptos, razones, definiciones y procedimientos experimentales.

Feynman nos enseña que el sentido de lo físico, es la actitud de seguir los territorios de la realidad que otros han explorado, es aprender sobre lo que otros han revelado, este mismo sentido lo expresó Newton cuando fue cuestionado sobre cómo logró

tanto conocimiento científico, dijo: "Si he podido ver más lejos, es solo porque iba a hombros de gigantes"⁴, refiriéndose a Copérnico y Galileo, entre otros.



Richard P. Feynman, premio Nobel de Física en 1965

"Por su trabajo en la electrodinámica cuántica, con amplias consecuencias en la física de las partículas elementales"

Se ha escrito mucho sobre él por que los jóvenes no tienen interés en la física, mientras al mismo tiempo disfrutan de la herencia tecnológica de sus aportes, es como si asumieran este tiempo solo para cosechar logros, sin la voluntad de sembrar frutos. Las fronteras del conocimiento se amplían cada día a un ritmo más acelerado que en el siglo XX; debemos reconsiderar que la caída de los dioses Aztecas, Mayas y Purépechas nos dejó huérfanos y herederos de una tradición matemática y astronómica sorprendentemente creativa. La pregunta es, ¿nos auto excluimos de la revolución científica y tecnológica del siglo XXI?, o salimos de nuestra auto exclusión para generar aprendizajes reconstruyendo el conocimiento científico en México, para ser universales sin dejar de ser diferentes. Este sueño es similar a lo expresado por Octavio Paz, en el sentido que la soberanía de una nación es el hacernos del propio conocimiento y hacer hablar nuestra voz al mundo.

Nace la revolución científica y tecnológica, se desarrolla y se expande gracias a la formación de la competencia por el conocimiento. Es utilizar la capacidad de producir conocimiento que sea realmente factor para resolver problemas emergentes de la sociedad. El desafío para los jóvenes es realizar la transformación de su aprendizaje para cerrar la brecha científica y tecnológica con los países socios con los que México compite a nivel global, la física es plataforma de la innovación en la ingeniería, cuya ecuación de conocimiento se refleja en mayor justicia social⁵.

Los investigadores del aprendizaje del conocimiento científico, expresan que el camino al conocimiento de la física, se sugiere sea por la vía de la reflexión y la curiosidad formal del ejercicio mental de la epistemología de la ciencia y tener objetivo del poder práctico de su contenido⁶. Para ello, a continuación intentamos definir aquellos sentidos que son necesarios para la formación integral de un técnico de nuestro tiempo.

El sentido literario. Es la interpretación que aumenta las facultades intelectivas, de expresión y del sentir; es un sentido figurado que intensifica a la realidad a la que hace referencia, sea física o de ficción. Por ejemplo, la frase “El espejo flota en el tiempo recordándonos lo que fuimos”. Las palabras no tienen significado sobre sí mismas, en conjunto crean un sentido figurado, una ansiedad de la influencia, es decir, una inmersión del hombre en todo aquello sobre lo humano⁷.

Sentido poético. Expresa la individualidad del acto de vivir, es más que las palabras que viajan paralelas al acto de poesía, es el ritmo de una experiencia estética, ética y racional. Para Octavio Paz la poesía “son puentes que nos llevan a otra orilla, puertas que se abren a otro mundo de significados indecibles por la mera palabra”⁸, lo poético es una fuerza que nos habita, es

conocimiento de lo humano que nos inspira y exorciza sobre la conciencia del ser. En Paz, el sentido poético es el arte de hablar en una forma superior de fugacidad que nos habita.

El sentido de la justicia. Son sentidos extendidos del contrato social, son la aspiración de igualdad, dignidad, integridad, vida y sociedad⁹. Sin duda la exclusión por discapacidad, por educación de mala calidad, brecha digital, servicios de salud, empleo decente, seguridad y bienes culturales, es una de las formas de injusticia que está detrás de los muchos conflictos en la convivencia social.

El sentido del arte. Es el grado creciente de sensibilidad estético portador en los actos humanos, con él cada rincón de la realidad es revalorado, nos inspira por la fraternidad, por el respeto a la vida, la libertad creativa y la identidad social.¹⁰

El sentido tecnológico. Es la transformación por conocimientos técnicos, creación de una nueva realidad para crear nuevas realidades. La tecnología, es poder para crear, su sentido libertador, es un arte de habitar en nuevas existencias para el hombre. Es la función instrumental de la técnica, es la ideología de su implementación, es decir, es el sentido de progreso técnico dentro de la convivencia ambiental y social, es esa fuerza liberadora de la creatividad humana.¹¹

El sentido matemático. Es la forma de expresión de un lenguaje artificial, intraducible y universal con el cual dentro de otros campos como la ciencia y la técnica, podremos ganar libertad creativa, son sentido de certeza y belleza;

son la elegancia de la razón más pura; son las ficciones que amplían nuestra capacidad de observar, explicar y controlar.¹² Son los sentidos de espacio geométrico, de proporción, de probabilidad, de algebrar la realidad, de modelar sistemas, de sintetizar sentencias algorítmicas, de hacer un universo numerable y topológicamente comprensible.¹³

El sentido científico. Es la racionalidad en acción para explorar la realidad dentro de un marco ético donde la verdad es el supremo sentido de su justificación metódica. La ciencia con su código moral, es esperanza en sentido de fundar una sociedad en el conocimiento y su racionalidad¹⁴.

Sentido físico. Es la exploración de una supuesta verdad fuera de la mente humana, este viaje genera problemas de naturaleza física, que revelan inesperadas y sorprendentes nuevas concepciones de la materia, el espacio, la energía, los campos; conceptos que desplazan nuestros sentidos cotidianos a un nuevo aparecer de la realidad, el de un universo definido por leyes físicas, que sin embargo, guardan muchos secretos inexpresivos. Uno de los grandes físicos sin duda fue Newton, ese que contestaba a los religiosos “Yo he estudiado estas cosas; vosotros no”¹⁵. Newton montó con su universo mecánico, la antesala para liberarnos de lo divino, él hace un complot en el que *expresa la ausencia de Dios para explicar la realidad física*.

¿Nuestros sentidos tienen límites para explorar y explicar la naturaleza física? La respuesta es ¡sí hay límites!, Werner Heisenberg nos dice en su artículo titulado *Incertidumbre*, referido sobre medir u observar las cosas del universo. Medir una partícula es producir conocimiento de su posición y su velocidad, cuando más preciso es el conocimiento de su posición, menos se podrá conocer su velocidad, es decir, el acto de medir cambia la cosa observada.¹⁶ Este límite dado por

incertidumbre, es la frontera de la física respecto a lo medible a la luz del experimento o ensayo empírico sobre la realidad. Este límite del estudio de los sistemas físicos, no ha impedido que se consoliden sus verdades a manera de tecnología: computadoras, hornos de microondas, satélites, telefonía inteligente, internet, resonancia electromagnética nuclear, ... Aún la matemática como lenguaje de la ciencia, Bertrand Russell y en particular Kurt Gödel, demuestran que en cualquier sistema matemático o lógico, hay proposiciones que, aún teniendo sentido, no se pueden probar ni rechazar.^{17,18}

El filósofo Carl Popper, nos ilustra este límite, argumentando que damos sentido a la realidad con un mediador, el lenguaje, que siempre es algo aproximado a lo que una cosa de la realidad es, pero jamás logra ser la cosa en sí. Además, alcanzar la verdad, no es posible siquiera distinguirla aunque la tengamos en la mano, es decir, la verdad científica es un proceso siempre en construcción:

“Debemos comprender que podemos errar, y que con frecuencia erramos... pero que la idea misma del error y la falibilidad humana supone otra idea, la de la verdad objetiva, el patrón al que podemos no lograr ajustarnos. Esta doctrina implica que podemos buscar la verdad, la verdad objetiva, aunque por lo común podamos equivocarnos por amplio margen. También implica que, si respetamos la verdad, debemos aspirar a ella examinando personalmente nuestros errores: mediante la infatigable crítica racional y mediante la autocrítica.” (C&R, p. 38)¹⁹

Si observamos la realidad sin efectuar actos de razón sobre de ella, lo que hacemos es solo un juicio sensorial sobre las cosas de la realidad, no podemos hacer valer nuestras percepciones como significado científico universal. La percepción es ese movernos para describir un objeto de la realidad, pero con humildad debemos reconocer que el objeto que intentamos resolver, hay en él un mundo de

indeterminabilidad, eso oculto a nuestros sensores que para poder ganarle terreno requerimos más sofisticados recursos tecnológicos y nuevos conceptos teóricos. No hace mucho que el concepto de átomo era definido como algo indivisible de la materia, pero gracias a innovadores experimentos y nuevos marcos teóricos hoy ya nadie duda que el átomo está formado por muchas subpartículas. Nuestros recursos biológicos sensibles a la realidad, los hemos ampliado con tecnología y lenguaje, sin embargo, las cosas en la realidad conservan mucho en ellas oculto a nuestra inteligencia, aún hay mucho que no es parte de nuestro conocimiento, pero el hombre y su ciencia estamos seguros que nunca renunciará a seguir ampliando las fronteras del conocimiento.

“La conciencia no exige que se hayan sometido todas las piedras al experimento, para afirmar la verdad de que cuando se levanta una piedra del suelo y se la suelta, la piedra cae; tal vez diga que hay que hacer la prueba, por lo menos, con muchísimas piedras, a la vista de lo cual, con la mayor probabilidad o con toda razón, podría, concluirse por analogía con respecto a todas las demás” ...“El instinto racional de esta conciencia tiende necesariamente, pero sin saberlo, a la purificación hacia el concepto de leyes de la naturaleza”. (pp. 154-155)²⁰

Si bien, es innato pensar la realidad, sus recursos más sofisticados para interrogarla exigen descomponer matemáticamente sus esencias, para efectuar mediciones que confirmen si nuestras teorías poseen certeza sobre lo que afirman. Esto en conclusión, es lo que es ver en la física, una mirada que no puede agotar absolutamente la esencia de las cosas, pero sin embargo, no es limitante para seguir avanzando en la frontera de lo conocible.

1.2. Medir

Mensurar, es tratar matemáticamente la realidad, como variables que expresan la cosa observada o sometida a medición. Las variables son descritas como parámetros cuando es posible observar “directamente”, e indicadores cuando es una observación indirecta. En la física una vez definida una cosa por su mensurar, desmaterializa la cosa en sí mediante cantidades escalares o vectoriales. Los mensurandos son categorías de la existencia física.

Mesurar es medir utilizando patrones de referencia²¹ y determinar la confianza de los datos. Cuando medimos, es decir, cuando determinamos alguna cantidad particular (o mensurando) lo que tenemos es información + incertidumbre. La medición es determinar los mensurandos de una cosa, definiéndolos en términos de hechos físicos, el método de observación y el proceso de medición.

Es importante definir lo que es un principio de medición físico por su relevancia para generar conocimiento de la realidad física. Son la justificación de los fundamentos teóricos y técnicos que respaldan la objetividad científica de la observación. Además, debemos considerar criterios de valor sobre los datos generados en términos de precisión, dado por repetitividad y reproducibilidad del acto de medir, son necesarios para su calidad. Medición implica definir el objetivo mensurando, procedimiento, instrumentos, entorno, observador y método de cálculo.

El método es la justificación de operaciones de secuencia lógicas que instrumenta un principio de medición físico. Los instrumentos son un soporte tecnológico que extiende nuestros sentidos para observar la realidad, pero también pueden engañarnos por errores de calibración, metodológicos o ruido del entorno. El ruido del entorno son señales impredecibles que interfieren con las lecturas de los instrumentos de medición. Los instrumentos tienen rangos de operación en los que

nos pueden indicar un cambio en las variables medidas, por ejemplo, la deriva instrumental, es el cambio más pequeño al que es sensible el instrumento de medición. El entorno es definido por aquellas variables no controladas o semi-controladas que alteran los datos generados por los instrumentos de medición. Un dato de medición posee de acuerdo a Heisenberg, un factor de incertidumbre generado por el entorno, errores de apreciación del operador del instrumento y por los efectos del propio instrumento al interactuar con el sistema a medir. Ningún dato instrumental es en lo absoluto solo información, es decir, reflejo exacto que coincide con el mensurando. El error es la diferencia entre el dato instrumental y el valor real del mensurando. La incertidumbre de una medición es un factor asociado al dato de la medición, como dispersión del valor atribuido razonablemente al mensurando. Por ejemplo, la incertidumbre estándar tipo A es el dato expresado como una desviación estándar, expresado como un factor asociado a la medición \mathbf{M} , con la notación $M \pm u(M)$, donde $\mathbf{u}(\mathbf{M})$ es la función de incertidumbre. La expresión para la incertidumbre estándar tipo A es:

$$\sigma^2_{(q_k)=\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (q_k - \bar{q})^2}$$

Donde la desviación estándar experimental de la media, cuantifica que también \bar{q} estima el valor esperado de q , y se puede utilizar como una medida de la incertidumbre estándar de un conjunto de mediciones x_k , tal como se definió en líneas atrás.²² Por ejemplo, cuando en ciencia se da la cifra de $34,7 \pm 0,3^\circ\text{C}$, se refiere a la incertidumbre, indicando que el mensurando se encuentra entre 35° y 34.4°C .

Antes de profundizar en un modelo de medición bajo el paradigma ISO (Organización Internacional de Normalización o en inglés International Organization for Standardization), debemos anticipar que la competencia de medición moderna contempla el cálculo de la incertidumbre y el de la trazabilidad, como conceptos fundamentales metrológicos modernos. Incertidumbre es para la norma ISO 3534-1 (ISO-1993) “una estimación unida al resultado de un ensayo que caracteriza el

intervalo de valores dentro de los cuales se afirma que está el valor verdadero” o en otros términos es “un parámetro, asociado al resultado de una medida, que caracteriza el intervalo de valores que puede ser razonablemente atribuidos al mensurando”, recuerde que el mesurando es un atributo sujeto a medida. La incertidumbre se relaciona con la calidad del resultado de medición, del costo tecnológico de producir el dato y de la complejidad del manejo operativo de las mediciones. La trazabilidad es un método gráfico de control, que nos ayuda a demostrar la fiabilidad de los resultados²³. Estos conceptos nos permiten comparar la calidad de las mediciones ofrecidas por diferentes laboratorios.

Por exactitud entendemos, como la diferencia entre el resultado y valor de referencia.²⁴ Este término revela la existencia de un sesgo sistémico en las mediciones, podemos inferir que exactitud es la suma de los efectos precisión y veracidad, en otros términos, exactitud es la variabilidad de los resultados, más veracidad por métodos de referencia certificados. Para la ISO 3354 precisión es “el grado de concordancia entre ensayos independientes obtenidos bajo unas condiciones estipuladas”.

Toda medición sobre una magnitud física (mensurando), nos implica siempre disponer de una unidad (valor unitario) de referencia, para producir datos que crearán una imagen de la realidad en forma de información empírica. Tengamos en cuenta que la información empírica es la que surge de la experiencia de medición, y esta no será absoluta en términos de ausencia de incertidumbre. Las unidades de medida de referencia históricamente se organizan en el Sistema Internacional de Unidades (SI) por la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (CGPM) con sede en París, de los cuales México es miembro, y con ello, se auto impone las convenciones de patrones de referencia, escalas de medidas físicas, comparaciones entre patrones internacionales, técnicas de medida y firma adoptar estos criterios para aplicarlos al desarrollo, la economía, el comercio, la ciencia, la técnica y el lenguaje educado de sus ciudadanos.²⁵

1.3. Sistema internacional de medición (SI)

De acuerdo al SI, una magnitud es el coeficiente que multiplica a una unidad de referencia, y la unidad es una convención internacional tomada como referencia en el **SI**. Las magnitudes son cantidades escalares, se les puede expresar en forma diferente sin que cambie lo que expresan, por ejemplo, metros por segundo para la velocidad se pueden expresar en kilómetros por hora, sin que su expresión refiera a una magnitud diferente. Pero antes de disponer de un sistema de unidades, requerimos de un sistema de magnitudes en referencia a **unidades básicas** y de estas derivar todas las demás, que se llamarán **unidades derivadas**. Habrá entonces magnitudes básicas y magnitudes derivadas, desde la física no es relevante para su conocimiento esta división entre básicas y derivadas. Haga conciencia que las unidades derivadas corresponden a ecuaciones algebraicas que relacionan magnitudes básicas. Si bien las unidades básicas son finitas, las unidades derivadas pueden ser expresadas sin límite, conforme la ciencia y la ingeniería avanzan se crean nuevas magnitudes derivadas de otras magnitudes ya conocidas.

Tabla 1. Unidades básicas del SI

CANTIDAD BÁSICA	UNIDAD BÁSICA DEL SI	
	Nombre	Símbolo de la unidad
Longitud	Metro	<i>m</i>
Masa	Kilogramo	<i>kg</i>
Tiempo	Segundo	<i>s</i>
Corriente eléctrica	Ampere	<i>A</i>
Temperatura termodinámica	Kelvin	<i>K</i>
Cantidad de sustancia	Mole	<i>mol</i>
Intensidad luminosa	Candela	<i>cd</i>

Tabla 2. Definiciones de las unidades básicas del SI

Unidad	Definición
Metro	El metro es la longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo igual a 1/299 792 458 de segundo.
Kilogramo	El kilogramo es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo.
Segundo	El segundo es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición de dos niveles hiperfinos del estado base del átomo ^{133}Cs .
Ampere	El ampere es la corriente constante que, si se mantiene en dos conductores rectos paralelos de longitud infinita, con sección transversal circular ignorable, y situados 1 m aparte en el vacío, produciría entre esos conductores una fuerza igual a 2×10^{-7} newton por cada metro de longitud.
Kelvin	El kelvin es la fracción 1/273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
Mole	El mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas unidades elementales como átomos hay en 0.012 kilogramos de ^{12}C . Cuando se usa el mol, las entidades elementales se deben especificar, y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas, o grupos específicos de dichas partículas.
Candela	La candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática con frecuencia de 540×10^{12} hertz y que tiene una intensidad radiante en esa dirección de (1/683) watt por cada estereorradián (en inglés steradian).

Tabla 3. Ejemplos de unidades derivadas expresadas en términos de las unidades básicas del SI

Cantidad derivada	CANTIDAD DERIVADA DEL SI		
	Nombre	Símbolo	Dimensión
Área	Metro cuadrado	m^2	L^2
Volumen	Metro cúbico	m^3	L^3
Rapidez, velocidad	Metro sobre segundo	m/s	L/T
Aceleración	Metro sobre segundo al cuadrado	m/s^2	L/T^2
Número de onda	Inverso de metro	$1/\text{m}$	$1/\text{L}$
Densidad de masa (densidad)	Kilogramo sobre metro cúbico	kg/m^3	M/L^3
Volumen específico	Metro cúbico sobre kilogramo	m^3/kg	L^3/M
Densidad de corriente	Ampere sobre metro cuadrado	A/m^2	I/L^2
Intensidad de campo magnético	Ampere sobre metro	A/m	I/L
Concentración de cantidad de sustancia (concentración)	Mol sobre metro cúbico	mol/m^3	N/L^3
Luminosidad	Candela sobre metro cuadrado	cd/m^2	J/L^2

Tabla 4. Unidades derivadas del SI con nombre y símbolos especiales

UNIDAD DERIVADA DEL SI				
Cantidad derivada	Nombre especial	Símbolo especial	Expresión en términos de otras unidades del SI	Expresión en términos de las unidades básicas del SI
Ángulo plano	Radián	Rad		$m \cdot m^{-1} = 1$
Ángulo sólido	Esterorradián	sr		$m^2 \cdot m^{-2} = 1$
Frecuencia	Hertz	Hz		s^{-1}
Fuerza	Newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Presión, tensión	Pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energía, trabajo, cantidad de calor	Joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Potencia, flujo radiante	Watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Carga eléctrica	Coulomb	C		$s \cdot A$
Potencial eléctrico, diferencia de potencial	Volt	V	W/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Capacitancia	Faraday	F	C/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Resistencia eléctrica	Ohm	Ω	V/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Conductancia eléctrica	Siemens	S	A/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Flujo magnético	Weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Densidad de flujo magnético	Tesla	T	Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Inductancia	Henry	H	Wb/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Temperatura Celsius	Grado Celsius	$^{\circ}C$		K
Flujo luminoso	Lumen	lm	$cd \cdot sr$	$cd \cdot sr$
Iluminancia	Lux	lx	lm/m^2	$m^{-2} \cdot cd \cdot sr$

Tabla 5. Prefijos del SI

FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO	FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	Yocto	y
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	Zepto	z
10^{18}	exa	E	10^{-18}	Atto	a
10^{15}	peta	P	10^{-15}	Femto	f
10^{12}	tera	T	10^{-12}	Pico	p
10^9	giga	G	10^{-9}	Nano	n
10^6	mega	M	10^{-6}	Micro	μ
10^3	kilo	k	10^{-3}	Mili	m
10^2	hecto	h	10^{-2}	Centi	c
10^1	deca	da	10^{-1}	Deci	d

Es importante resaltar que el prefijo de kilo es k minúscula.

Tabla 6. Unidades fuera del SI aceptadas en cuanto a su uso

NOMBRE	SÍMBOLO	VALOR EN UNIDADES DEL SI
Minuto ^a	min	1 min = 60 s
Hora ^a	h	1 h = 60 min = 3600 s
Día ^a	d	1 d = 24 h = 86 400 s
Grado ^b	°	1° = (π/180) rad
Minuto ^b	'	1' = (1/60)° = (π/10 800) rad
Segundo ^b	"	1" = (1/60)' = (π/648 000) rad
Litro	L ^c	1 L = 1 dm ³ = 10 ⁻³ m ³
Tonelada métrica	T	1 t = 10 ³ kg
Electronvolt	eV	1 eV = 1.602 177 33 × 10 ⁻¹⁹ J
Unidad de masa atómica unificada	u	1 u = 1.660 540 2 × 10 ⁻²⁷ kg

Las dimensiones de las magnitudes físicas son formadas por las siete magnitudes básicas del SI.

Tabla 7. Magnitudes básicas y dimensiones en el SI

Magnitud básica	UNIDAD BÁSICA DEL SI			
	Nombre	Símbolo de unidad	Símbolo de la magnitud	Símbolo de la dimensión
Longitud	Metro	<i>m</i>	<i>l, x, r</i>	<i>L</i>
Masa	Kilogramo	<i>kg</i>	<i>m</i>	<i>M</i>
Tiempo, duración	Segundo	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>T</i>
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	<i>A</i>	<i>I, i</i>	<i>I</i>
Temperatura termodinámica	Kelvin	<i>K</i>	<i>T</i>	<i>Θ</i>
Cantidad de sustancia	Mole	<i>mol</i>	<i>n</i>	<i>N</i>
Intensidad luminosa	Candela	<i>cd</i>	<i>I_v</i>	<i>J</i>

Otros sistemas muy utilizados son los sistemas Cegesimal de unidades (CGS) e Inglés, para los cuales requerimos unidades de conversión al SI.

EQUIVALENCIAS DE LAS UNIDADES INGLESAS

LONGITUD:

$$1 \text{ milla} = 1,609 \text{ m}$$

$$1 \text{ yarda} = 0.915 \text{ m}$$

$$1 \text{ pie} = 0.305 \text{ m}$$

$$1 \text{ pulgada} = 0.0254 \text{ m}$$

MASA:

$$1 \text{ libra} = 0.454 \text{ kg}$$

$$1 \text{ onza} = 0.0283 \text{ kg}$$

$$1 \text{ ton inglesa} = 907 \text{ kg}$$

SUPERFICIE:

$$1 \text{ pie}^2 = 0.0929 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ inch}^2 = 0.000645 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ yarda}^2 = 0.836 \text{ m}^2$$

VOLUMEN Y CAPACIDAD:

$$1 \text{ yarda}^3 = 0.765 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ pie}^3 = 0.0283 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ inch}^3 = 0.0000164 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ galón} = 3.785$$

Unidades del sistema cegesimal o sistema CGS

Magnitud	Nombre	Símbolo	Definición	Equivalencia al SI
Longitud	centímetro	cm	cm	0,01 m
Masa	gramo	g	g	0,001 kg
Tiempo	segundo	s	s	1 s
Aceleración	gal	Gal	cm/s ²	0,01 m/s ²
Fuerza	dina	dyn	g.cm/s ²	10 ⁻⁵ N
Energía	ergio	erg	dyn cm	10 ⁻⁷ J
Potencia	ergio por segundo		erg s ⁻¹	10 ⁻⁷ W
Presión	baria	baria	dyn/cm ²	0,1 Pa
Viscosidad dinámica	poise	P	g (cm s) ⁻¹	0,1 Pa s
Viscosidad cinemática	stokes	St	cm ² s ⁻¹	10 ⁻⁴ m ² s ⁻¹
Carga eléctrica	franklin o statcoulomb	Fr	dyn ^{1/2} cm	3,336 641 × 10 ⁻¹⁰ C
Potencial eléctrico	statvolt			299,7925 V
Campo eléctrico	statvolt por cm		dyne Fr ⁻¹	
Flujo magnético	maxwell	Mx	G cm ²	10 ⁻⁸ Wb
Densidad de flujo magnético	gauss	Gs, G	Mx cm ⁻²	10 ⁻⁴ T
Intensidad del campo magnético	oersted	Oe		(10 ³ /4π) A/m
Intensidad de corriente	statamperio			3,335 641 × 10 ⁻¹⁰ A
Resistencia	statohmio			8,987 552 × 10 ¹¹ Ω
Capacidad eléctrica	statfaradio o «centímetro»	«cm»		1,113 × 10 ⁻¹² F
Inductancia	stathenrio			8,988 × 10 ¹¹ H
Número de onda	kayser			1 cm ⁻¹

1.4. Método científico

En la ciencia es importante ser objetivos, esto es, tratar de que la concepción que tenemos de un objeto concuerde con nuestra *realidad*, mediante la razón como esencia desligada de elementos que no son racionales, para lo cual usamos la creatividad e inventiva tratando de justificar o interpretar fenómenos, para lo cual el ser humano preocupado por esta interpretación de la realidad y tratando de demostrar las razones que llevan a la ocurrencia de fenómenos ha sistematizado y organizado una metodología que permita verificar, de manera técnica dicha ocurrencia. La física estudiosa de la naturaleza y en la búsqueda de las razones y por qué de los fenómenos ha instrumentado una metodología que permite explicar hechos de manera racional, esto es, usando el *método científico*.

Los pasos del método científico son:

Observación: paso en el que recopilamos información mediante la observación minuciosa de hechos.

Hipótesis: una vez realizada la observación tratamos de interpretar los hechos, planteando posibles explicaciones.

Experimentación: se reproduce una y otra vez el mismo suceso para determinar la validez de las hipótesis planteadas y en base a ellas tomar la decisión de aceptar o rechazar nuestras suposiciones.

Teoría: una vez comprobadas nuestras suposiciones y repetido el suceso o fenómeno el mayor número de veces, y cuando la probabilidad de que sea repetible es *aceptable*, dichos resultados comprobables se pueden expresar mediante una ley o principio.

Ley: es un principio que derivado de la experimentación, observación y resultados obtenidos una y otra vez nos permite predecir el comportamiento de un fenómeno mediante una representación algebraica o principio general.

1.5. Magnitud escalar

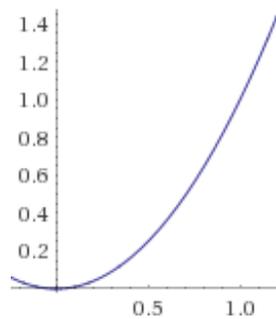
Si tenemos un número real y una unidad de medida, por ejemplo, 4m; 2s; 5kg; estamos frente a magnitudes escalares. Un número escalar es un número real, constante o complejo que nos expresa magnitudes físicas. Matemáticamente al conjunto de escalares se llama cuerpo, campo o anillo²⁶. Un cuerpo o anillo es el conjunto cerrado bajo una operación binaria de suma y multiplicación, en las que cumple con todas las propiedades de un álgebra como la aritmética.

1) Asociativa bajo la suma	$9+(10+11)=(11+9)+10$
2) Asociativa bajo la multiplicación	$(1 \times 2) \times 5 = 5 \times (2 \times 1)$
3) Conmutativa bajo la suma	$2+4+5=5+2+4$
4) Conmutativa bajo la multiplicación	$4 \times 5 \times 9 = 9 \times 4 \times 5$
5) Distributiva	$3 \times (5+7) = (3 \times 5) + (3 \times 7)$
6) Elemento neutro bajo la suma	$5+0=5$
7) Elemento neutro bajo la multiplicación	$5 \times 1=5$
8) Cerradura bajo la suma	Dados dos números reales $a + b$ cumple que el resultado siempre es un número real
9) Cerradura bajo la multiplicación	Dados dos números reales $a \times b$ cumplen que el resultado siempre es un real
10) Elemento simétrico para la suma	Dado un número real a existe un b que $a + b = 0$
11) Elemento simétrico para la multiplicación	Dado un número real a existe un $1/a$ que $a \times \frac{1}{a} = 1$
12) Multiplicación por cero	$a \times 0 = 0$

Campo escalar: representa un espacio distribuido de magnitudes escalares. El campo escalar es una función escalar $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_n)$ que define un único número, coordenada o variable escalar. Un escalar es un tensor de rango cero, explicado en la sección magnitudes tensoriales.

Ejemplo: dada la **función escalar** de temperatura $f(T)=T^2$ construyamos parte del espacio escalar con ayuda de una tabla de evolución:

$f(T)=$	T^2
f(1)	1
f(2)	4
f(3)	9
f(4)	16



1.6. Magnitud vectorial

Las magnitudes vectoriales extienden las dimensiones escalares asociadas a dirección y sentido. Históricamente un vector surge de la idea del irlandés William Hamilton, con el nombre de cuaterniones, son la extensión del plano complejo al espacio \mathbb{R}^3 , creando nuevas interpretaciones de la realidad física.²⁷ Pero es Lord Kelvin quien resuelve los problemas con el manejo de los cuaterniones separando la parte real y la imaginaria, originando con ello los espacios vectoriales y su análisis dado por Grassmann,²⁸ es así como nace la era vectorial. En un libro histórico de Michael J. Crowe titulado *Una Historia del análisis vectorial* y que pronto se convirtió en un libro casi obligado en las ingenierías y escuelas de ciencias de 1967²⁹. Sin duda las tensiones entre algebristas y geómetras encuentran su reconciliación en el análisis vectorial en 1831, surge como consecuencia de la creación y representación de los números complejos; resultado de la investigación de Leibniz de una geometría de posición y por la idea de un paralelogramo de fuerzas o velocidades. A Jerome Cardan (1545) se le atribuye la publicación del número complejo, este concepto tardó dos siglos en ser legitimado por la comunidad matemática. Ya en 1679 Christiaan Huygens, Gottfried Wilhelm Leibniz crean la idea de una matemática que exprese directamente como álgebra **magnitudes en el espacio geométrico**, algo similar al análisis vectorial. Es el gran Isaac Newton quien en 1687 introduce en su *Principia Mathematica*, un cuerpo actuado por dos fuerzas simultáneamente, se describirá con la diagonal de un **paralelogramo** al mismo tiempo que son descritas las dos fuerzas por separado, esta idea es muy próxima al concepto de vector. En 1799 el noruego Caspar Wessel expone la representación geométrica de los números complejos, con ello inaugura la representación analítica **dirección**. Al mismo tiempo Carl Friedrich Gauss busca el manejo de cantidades en el espacio tridimensional.

Grassmann y Hamilton se enteran en 1852 sobre los avances de Gauss, Hamilton publica en 1853 lectura de cuaterniones. Hamilton no estuvo solo en la creación del

análisis vectorial, estaban August Ferdinand Möbius, Giusto Bellavitis, conde de Saint-Venant, Augustin Cauchy, Matthew O'Brien, y sobre todo, Hermann Günther Grassmann. Giusto Bellavitis publica su idea de **equipolente**: "Dos líneas rectas se llaman equiparadas si son iguales, paralelas y dirigidas en el mismo sentido" sus líneas de hecho se comportan exactamente de la misma manera que los números complejos se comportan, pero es importante tener en cuenta que él consideraba sus líneas como entidades esencialmente geométricas, no como representaciones geométricas de las entidades algebraicas, de hecho, él se opuso a los números complejos como "indigno de pertenecer a una ciencia basada en la razón." Bellavitis dedicó un largo periodo de un fallido intento de extender su sistema a tres dimensiones. Grassmann pone los cimientos de los productos cruz y punto vectorial, el inglés Matthew O'Brien en 1852 es quien publica un sistema de análisis vectorial desarrollado a partir de los cuaterniones de Hamilton, no logrando la propiedad asociativa de entidades vectoriales. Alrededor de 1880, el moderno sistema de análisis vectorial llegó a existir a través de la obra de Josiah Willard Gibbs y Oliver Heaviside, y para 1910 se había establecido como el sistema dominante. En 1867 nace el operador **Nabla**:

$$\nabla = i \frac{d}{dx} + j \frac{d}{dy} + k \frac{d}{dz}$$

empleado con éxito por James Clerke Maxwell. Pero es Josiah Willard Gibbs quien introduce la notación moderna del análisis vectorial, funciones vectoriales y encuentra un eco importante en la física electromagnética de Maxwell.



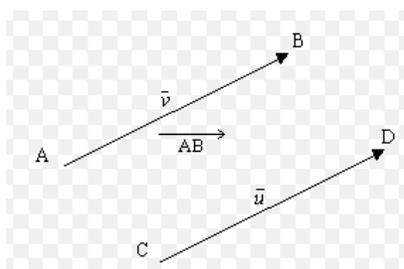
1.7. El vector en \mathbb{R}^2

El vector se expresa como una cantidad que tiene tanto magnitud como dirección; geoméricamente es referido como un segmento de línea dirigido (con sentido dado por una flecha) expresado por símbolos en cursivas, en negritas o con una flecha por encima:

$$\vec{a}, \mathbf{v}, \overline{CD}$$



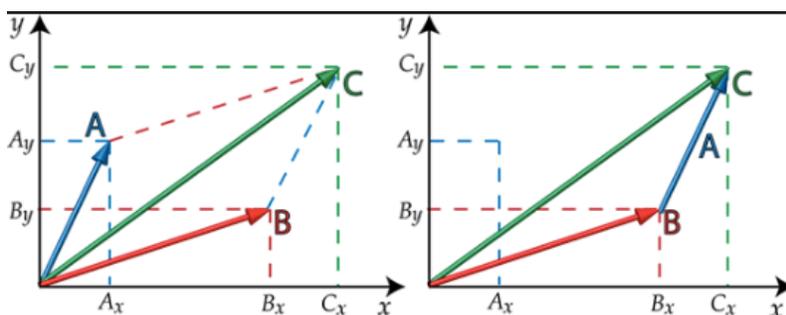
Un vector \mathbf{v} , tiene un punto de origen en C y cuyo punto de aplicación o destino es D, se expresa como \overline{CD} . Su magnitud está dada por norma o módulo del vector \mathbf{v} , $|\overline{CD}| = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x + v_y}$, como la raíz cuadrada de sus componentes espaciales. Diremos que dos vectores son iguales si tienen la misma magnitud y dirección, $\vec{v} = \vec{u}$ o $\overline{AB} = \overline{CD}$.



Es importante tener en cuenta que los vectores son libres de moverse en el espacio geométrico de un punto a otro, sin modificar magnitud y dirección, con ello facilita el cálculo algebraico en el espacio geométrico. Si cambia el sentido, pero no la magnitud y dirección, tenemos un vector negativo $-\overline{CD}$, si lo multiplicamos por un

escalar diferente de cero p , obtenemos un vector de misma dirección y magnitud p veces, $p\vec{CD}$. El vector cero es un vector de cualquier dirección de magnitud cero.

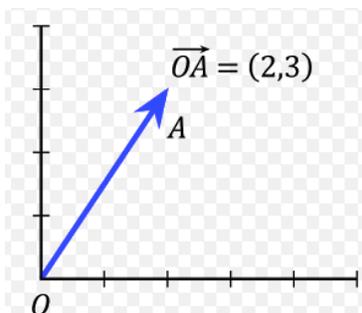
La **adición de vectores**. Los vectores pueden compartir o no un punto común de inicio, o pueden desplazarse de manera paralela para calcular la suma de ellos, y encontrar un vector resultante, $\vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$.



El vector resultante puede verse que es la diagonal principal de un paralelogramo. Es más común trabajar con la **versión analítica de los vectores**, de una forma algebraica. La notación de un vector es:

$$\vec{v} = [v_x, v_y] \quad \text{o} \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

donde v_x v_y son componentes del vector v . Por ejemplo, cuando un vector inicia en vector cero y termina en el punto P (2,3), se llama **vector de posición** $\vec{a} = [2,3]$



Adición de vectores método analítico

Dados los vectores:

$$\vec{v} = [v_x, v_y] \quad y \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} + \vec{u} = [v_x + u_x, v_y + u_y]$$

Ejemplo:

$$\vec{v} = [2, 4]$$

$$\vec{u} = [-5, -1]$$

la suma $\vec{v} + \vec{u}$ es:

$$\vec{r} = [-3, 3]$$

$$\vec{v} = [2, 4]$$

$$\vec{u} = [-5, -1]$$

la resta $\vec{v} - \vec{u}$ es:

$$\vec{r} = [7, 5]$$

Multiplicación de vectores por un escalar, método analítico

La multiplicación de un vector \vec{v} por un escalar p diferente, es:

$$p\vec{v} = [pv_x, pv_y]$$

Ejemplo:

$$\vec{v} = [2, 4] \text{ y por el escalar } p=3$$

$$p\vec{v} = [6, 12]$$

Dos **vectores son iguales** $\vec{v} = \vec{u}$ si y solo sí, $v_x = u_x$ y $v_y = u_y$

Producto interno/punto

El producto punto, producto interno o producto escalar de dos vectores es un escalar dado por

$$\vec{v} = [v_x, v_y]$$

$$\vec{u} = [u_x, u_y]$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cos \theta$$

Se expresa como

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = [v_x, v_y] \bullet [u_x, u_y]$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = ((v_x)(u_x)) + ((v_y)(u_y))$$

Propiedades del producto interno

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = 0$$

Si los vectores son ortogonales, el producto interno de ellos es cero

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = \vec{u} \bullet \vec{v}$$

Conmutativo

$$\vec{c}(\vec{v} + \vec{u}) = (\vec{c} \bullet \vec{v}) + (\vec{c} \bullet \vec{u})$$

Distributivo

$$\vec{v} \bullet \vec{v} = |\vec{v}|^2 = \sqrt{\vec{v} \bullet \vec{v}}$$

Al elevar al cuadrado un vector, también lo hace de la misma manera su módulo o norma.

Ejemplo:

$$\vec{v} = [2, 3]$$

$$\vec{u} = [4, 1]$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = (2)(4) + (3)(1) = 11$$

Representa la proyección de la magnitud de la sombra de \vec{v} sobre \vec{u} . Otro camino es calcular el producto punto con la magnitud de los vectores y el ángulo entre ellos.

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cos \theta$$

El **ángulo de un vector** \vec{v} en \mathbb{R}^2 , es dado por:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

$$\theta_v = \tan^{-1} \left(\frac{3}{2} \right) = 56.31^\circ$$

$$\theta_u = \tan^{-1} \left(\frac{1}{4} \right) = 14.03^\circ$$

$$\theta = 56.31^\circ - 14.03^\circ = 42.28^\circ$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cos \theta$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = \sqrt{13} \cdot \sqrt{17} \cos(42.28)$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = \sqrt{221} \cos(42.28)$$

$$\vec{v} \bullet \vec{u} = 14.86 \cos 42.28^\circ = 14.86(0.74) = 10.99 \approx 11$$

El resultado es aproximado porque las raíces nos dan decimales infinitos.

Con ayuda de Wolfram alpha (<http://www.wolframalpha.com>) un vector se introduce así para saber su información. Por ejemplo para nuestros vectores anteriores \mathbf{v} y \mathbf{u} .

 **WolframAlpha** computational...
knowledge engine

vector [2,3] ☆ ☰

[Examples](#) [Random](#)

Polar coordinates:

[Approximate form](#)

$$r = \sqrt{13} \text{ (radius), } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \text{ (angle)}$$

 $\tan^{-1}(x)$ is the inverse tangent function »

 **WolframAlpha** computational...
knowledge engine

vector [4,1] ☆ ☰

[Examples](#) [Random](#)

Polar coordinates:

[Approximate form](#)

$$r = \sqrt{17} \text{ (radius), } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) \text{ (angle)}$$

 $\tan^{-1}(x)$ is the inverse tangent function »

 **WolframAlpha** computational...
knowledge engine

VectorAngle [[2,3], [4,1]] ☆ ☰

[Examples](#) [Random](#)

Input:

VectorAngle[[2, 3], [4, 1]]

Result:

[More digits](#)

$$\cos^{-1}\left(\frac{11}{\sqrt{221}}\right) \approx 0.737815$$

 $\cos^{-1}(x)$ is the inverse cosine function »

 **WolframAlpha** computational... knowledge engine

0.737815 radians ☆ ☰

☞ Examples ☞ Random

Input interpretation:
0.737815 radians

Unit conversions: More

737.815 mrad (milliradians)

42.2737° (degrees)

42 degrees 16 arc minutes 25 arc seconds

2^h 49^m 5.7^s (right ascension)

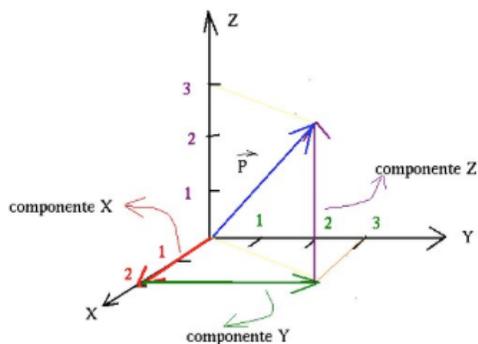
0.469708 quad (quadrants)

Son 42.2737° entre los vectores.

El **método del paralelogramo** también se le conoce como método de triángulos y polígonos por descomposición de componentes rectangulares. Dados dos puntos

$$P_1(x_1, y_1)$$

$$P_2(x_2, y_2)$$

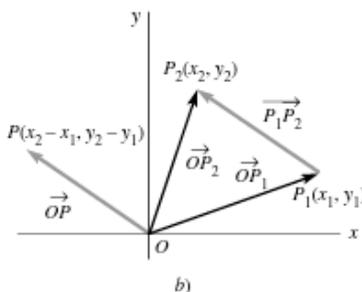
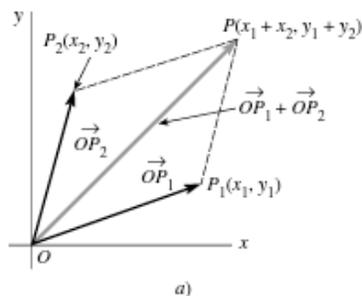


En papel cuadrículado dibujamos los vectores posición

$$\overrightarrow{OP_1}[x_1, y_1]$$

$$\overrightarrow{OP_2}[x_2, y_2]$$

Puede verse que el vector $\overrightarrow{OP}[x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ es igual al vector $\overrightarrow{P_1P_2}[x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ por tener la misma magnitud y dirección.



Dado que los vectores son magnitudes que responden a una álgebra, sus propiedades son

$$\vec{v} + \vec{u} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$\vec{v} + (\vec{u} + \vec{c}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{c}$$

$$\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$$

$$\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$$

$$c(\vec{v} + \vec{u}) = c\vec{v} + c\vec{u}$$

$$\vec{v}(c_1 + c_2) = \vec{v}c_1 + \vec{v}c_2$$

$$1\vec{v} = \vec{v}$$

$$0\vec{v} = \vec{0}$$

Ley conmutativa

Ley asociativa

Neutro bajo la suma (vector cero)

Inverso aditivo

Donde c es un escalar (distributiva)

Donde c_1, c_2 son escalares

El vector unidad $[1, 1]$, neutro bajo la multiplicación

El vector cero $[0, 0]$, multiplicación por cero

1.8. El vector en \mathbb{R}^3

La norma, módulo o magnitud de un vector en \mathbb{R}^3 , es dada por:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

En el espacio \mathbb{R}^3 , es común trabajar los vectores en términos de **vectores unitarios**, son vectores de magnitud 1, dirección sobre los ejes **x,y,z** respectivamente, se les llama $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Estos vectores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ unitarios se les llama base de un sistema tridimensional. Además, de cualquier vector podemos obtener su vector unitario, de la siguiente manera:

$$|\hat{v}| = \left| \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v} \right| = \frac{1}{|\vec{v}|} |\vec{v}| = 1$$

Ejemplo, para el vector $\vec{v} = [3,5]$ genere un vector unitario en la dirección de \vec{v} y otro en la opuesta.

Solución. La norma de $|\vec{v}| = \sqrt{34}$



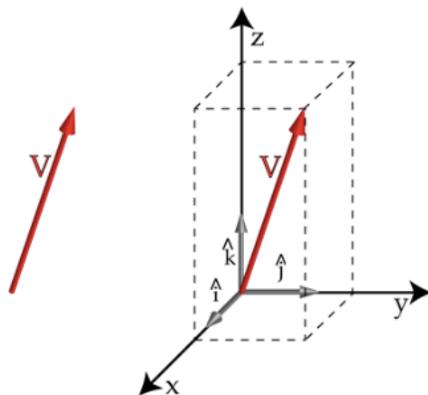
Entonces el vector unitario en la misma dirección es

$$\hat{v} = \frac{1}{\sqrt{34}} \vec{v} = \left[\frac{3}{\sqrt{34}}, \frac{5}{\sqrt{34}} \right]$$

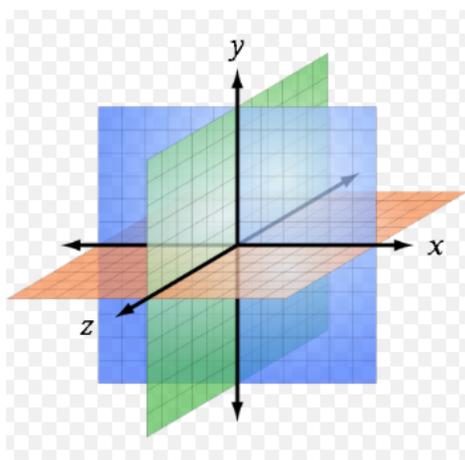
El vector unitario en la dirección contraria es

$$-\hat{v} = \left[-\frac{3}{\sqrt{34}}, -\frac{5}{\sqrt{34}} \right]$$

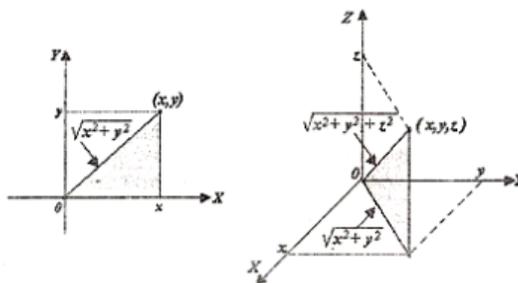
Los vectores unitarios $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, son los vectores que sobre los ejes de coordenadas se forman con una esfera de radio uno. Es una forma alternativa para trabajar las componentes de un vector.



La representación de vectores en \mathbb{R}^3 , es escribir un vector asociado a sus coordenadas relativas a los tres ejes mutuamente ortogonales y al origen dado por el vector cero. Formándose los planos xz , yz , xy . Con estos planos coordenados podemos referir cualquier vector en \mathbb{R}^3 , definiéndolo sobre que octante (8 partes conocidas en \mathbb{R}^3). Por ejemplo, el octante donde las tres componentes de un vector son positivos se llama primer octante.



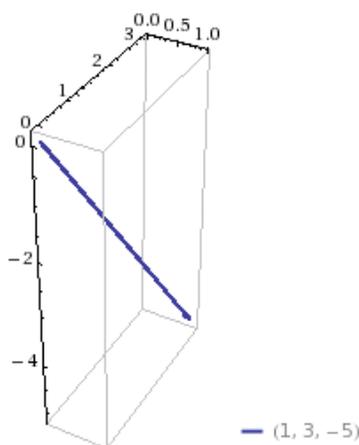
Las coordenadas de un punto en \mathbb{R}^3 , coinciden con las componentes de un vector posición en \mathbb{R}^3



Dado un vector en términos de vectores unitarios:

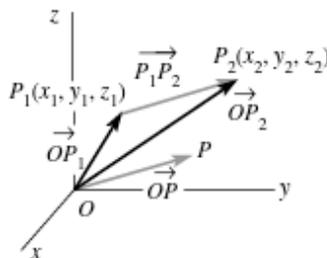
$$\vec{v} = i + 3j - 5k = [1, 3, -5]$$

Vector plot:



Las propiedades de los vectores en \mathbb{R}^3 , son las mismas que para \mathbb{R}^2 .

Ejemplo. Calcule la distancia entre los vectores de posición y el ángulo entre ellos:



$$\vec{OP}_1 = [1, 2, 4]$$

$$\vec{OP}_2 = [-1, 5, 7]$$

Solución. Calculemos el vector que une las dos cabezas de vector

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1]$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1} = [-2, 3, 3]$$

Este vector $[-2, 3, 3]$ se puede dibujar saliendo del origen o desde el punto P_2 . La distancia entre las dos cabezas de vector corresponde a

$$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 + (3)^2} = \sqrt{22}$$

Ángulo entre los dos vectores de posición en el espacio \mathbb{R}^3 , usaremos el producto punto $\vec{v} \cdot \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cos \theta$ entonces:

$$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{P_1P_2}}{|\overrightarrow{OP_1}| \cdot |\overrightarrow{P_1P_2}|} =$$

The image shows a screenshot of the WolframAlpha website. At the top, the logo "WolframAlpha" is displayed with the tagline "computational... knowledge engine". Below the logo is a search bar containing the input $\{1,2,4\} \cdot \{-1,5,7\}$. To the right of the search bar are icons for a star and a search button. Below the search bar are icons for keyboard, camera, list, and refresh. To the right of these icons are links for "Examples" and "Random". Below the search bar is a section labeled "Input:" containing the text $\{1, 2, 4\} \cdot \{-1, 5, 7\}$. Below that is a section labeled "Result:" containing the number 37. At the bottom left, it says "Computed by Wolfram Mathematica" and at the bottom right, there is a "Download page" link.

WolframAlpha computational knowledge engine

norm [{1,2,4}]

Input:
 $\|(1\ 2\ 4)\|$

Result:
 $\sqrt{21} \approx 4.58258$

||expr|| gives the norm of a number, vector, or matrix »

More digits

Examples Random

WolframAlpha computational knowledge engine

norm {-1, 5, 7}

Input:
 $\|{-1, 5, 7}\|$

Result:
 $5\sqrt{3} \approx 8.66025$

||expr|| gives the norm of a number, vector, or matrix »

More digits

Examples Random

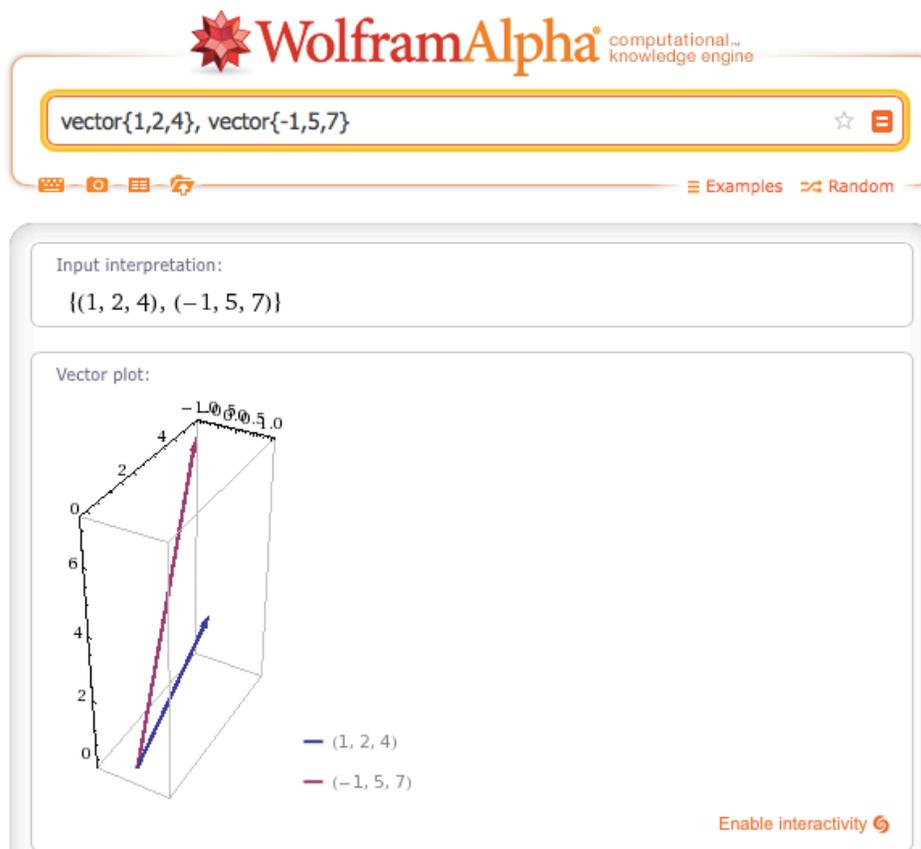
Computed by Wolfram Mathematica

Download page

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{37}{\sqrt{21}\sqrt{75}}\right)$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{37}{15\sqrt{7}}\right) \approx 0.370041 \text{ radians}$$

$$\theta = 21.2018^\circ$$



Producto cruz de vectores

El producto cruz de dos vectores en \mathbb{R}^3 , es dado por Gibbs, como un vector perpendicular al plano formado por los vectores dentro de un producto vectorial.

$$\vec{v} \times \vec{u} = (|\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \sin \theta) \hat{n}$$

Donde \hat{n} , es un vector unitario perpendicular al plano formado por los vectores multiplicados. Usando la notación $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ y empleando determinantes:

$$\vec{v} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} = \det(\vec{v} \times \vec{u})$$

$$\det(\vec{v} \times \vec{u}) = \begin{vmatrix} v_y & v_z \\ u_y & u_z \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} v_x & v_z \\ u_x & u_z \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} v_x & v_y \\ u_x & u_y \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$\det(\vec{v} \times \vec{u}) = [(v_y \cdot u_z) - (u_y \cdot v_z)]\hat{i} - [(v_x \cdot u_z) - (u_x \cdot v_z)]\hat{j} + [(v_x \cdot u_y) - (u_x \cdot v_y)]\hat{k} =$$

Ejemplo: Determine el producto vectorial entre

$$\vec{v} = [2, 0, 1] = 2\hat{i} + 0\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{u} = [2, -1, 3] = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$



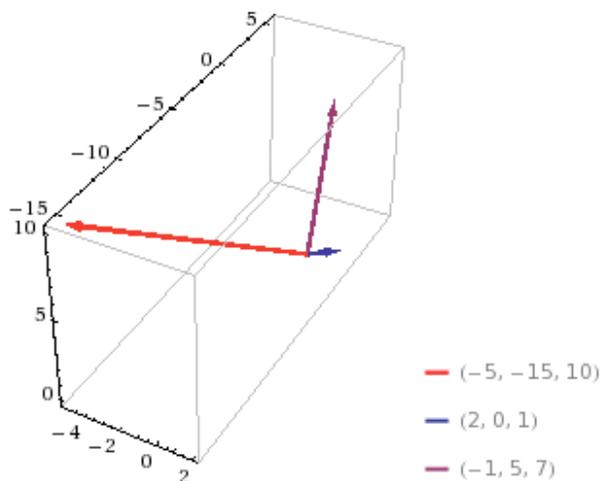
WolframAlpha computational... knowledge engine

Cross product [{2,0,1},{-1,5,7}]

☆ []

Examples Random

Vector plot:



Verifique usted $\vec{u} \times \vec{v} = -\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$

Propiedades de producto cruz

$$\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$$

No es conmutativo

$$\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{c}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{c}$$

Distributivo

$$c(\vec{v} + \vec{c}) = (c\vec{v} + \vec{c}) = (\vec{v} + c\vec{c})$$

Donde c es un escalar

$$\vec{v} \times \vec{u} = 0$$

El producto cruz de dos vectores es cero si son vectores paralelos

1.9. Magnitud tensorial

Es la relación de fusión de los elementos algebraicos escalar, vectorial y matricial. Tensor se refiere a campo tensorial. El tensor es un concepto que agrupa los ya mencionados objetos escalar, vectorial y matricial, con propia notación y que provocó una nueva manera de pensar las leyes físicas dentro del electromagnetismo, mecánica de fluidos, teoría de la elasticidad, geometría diferencial y el álgebra lineal. Es un concepto que hace especial atención entre magnitudes físicas o geométricas. El espacio vectorial es la estructura matemática para el desarrollo del álgebra tensorial. La física moderna descansa sobre este importante concepto de tensor, por limitaciones en el alcance de este curso, no profundizaremos más sobre este fascinante mundo tensorial.

Práctica I: Conversión de unidades

1) La velocidad de un colibrí es de 27 metros por segundo. Dar la velocidad en a) km/h, b) mi/h, c) ft/s (Donde mi es la notación para las millas).

Solución:

a)

$$\frac{27m}{1s} = \frac{1000m}{3600s} = \frac{km}{h}$$

$$\frac{(27 \times 3600)}{1000} = 97.2 \text{ km/h}$$

b)

$$\frac{27m}{1s} = \frac{1609m}{3600s} = \frac{mi}{h}$$

$$\frac{(27 \times 3600)}{1609} = 60.41 \text{ mi/h}$$

$$\frac{60.41mi}{h} = \frac{3600s}{h} =$$

$$\frac{60.41mi}{3600s} = 0.01678 \text{ mi/s}$$

c)

$$\frac{27m}{1s} = \frac{0.3048m}{3600s} = \frac{ft}{h}$$

$$\frac{(27 \times 3600)}{0.3048} = 318897.63 \text{ ft/h}$$

$$\frac{318897.63 \text{ ft}}{h} = \frac{3600s}{h} =$$

$$\frac{318897.63 \text{ ft}}{3600s} = 88.58 \text{ ft/s}$$

2) La altura de una jirafa es de 10.2 ft, ¿cuál es su altura en a) m, b) mm, d) in

Solución:

$$a) \quad 10.2 \text{ ft} = \frac{1 \text{ ft}}{0.3048 \text{ m}}$$

$$10.2 \times 0.3048 = 3.109 \text{ m}$$

$$b) \quad 3.109 \text{ m} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}}$$

$$10.2 \text{ ft} = 3109 \text{ mm}$$

$$c) \quad 10.2 \text{ ft} = \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}}$$

$$10.2 \times 12 = 122.4 \text{ in}$$

3) 60 mg a cuántos milímetros de agua equivale asumiendo una densidad del agua de 1000kg/m³

El radio r de una gota de agua de:

$$m = \rho 4\pi r^3 / 3$$

solución: 2.3mm de agua.

4) Cuántas veces la distancia de la luna a la tierra en metros hay dentro del diámetro del sol, el diámetro solar es de 864 300 mi. La distancia a nuestra luna es de 405 254 km.

Solución: 3.6 veces la distancia entre la luna y el sol, 3.85×10^8 m.

Ejercicios prácticos

- 1) 49 ft/s a) m/s, b) km/h, c) in/s, d) cm/h, e) mph o mi/h, f) km/día
- 2) Cuánto es en a) m, c) cm, d) mm, e) in, f) ft: 7 km +3 mi
- 3) El diámetro promedio de la tierra es de 7 913.1 mi, si la distancia de Morelia a Lázaro Cárdenas es 300 km, cuántas veces equivale ir de Morelia a Lázaro Cárdenas en km.

Soluciones

- 1) a) 14.94m/s, b) 53 km/h, c) 588 in/s, d) 5.337×10^6 cm/h, e) 33.41mi/h o 33.41 mph, f) 1290km/día.
- 2) a) 11 828 m, b) 1.1×10^6 cm, c) 1.183×10^7 mm, d) 46 5671 in, f) 38 606 ft
- 3) 42.45 veces la distancia de Morelia a Lázaro Cárdenas, en 12 735 km

Práctica II: Notación científica, cifras significativas y orden de magnitud

La notación científica es un recurso, para representar valores técnicos y científicos en potencias base 10. Un número está escrito en notación científica si está expresado:

$N.###...10^n$

donde N es un número del 1 al 9, seguido de la coma decimal o el punto decimal, con cifras significativas multiplicadas por potencia 10 elevada a un exponente entero positivo o negativo.

La masa de un electrón es $m_e = 0.00000000000000000000000000910938 \text{ kg}$

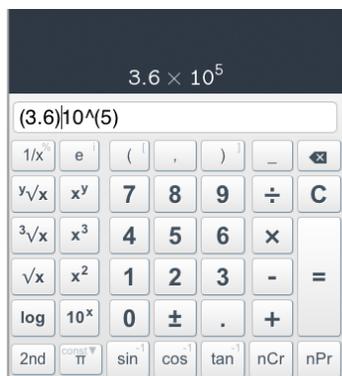
Resulta nada práctico el manejo de números en extendidos, para ello la masa del electrón se maneja en la noción científica como $9.10938 \times 10^{-13} \text{ kg}$

La masa de la tierra es $m_t = 5\,972\,198\,600\,000\,000\,000\,000 \text{ kg}$

Masa de la tierra en notación científica $5.9721986 \times 10^{24} \text{ kg}$

La mayor parte de las calculadoras permiten trabajar la notación científica con la función base 10 en la tecla EXP o 10^x como lo indica la calculadora científica en línea

Casio FX-115MS



Fuente: Calculadora científica en línea <http://www.mycalculadora.com/calculadora-cientifica-online/>

Expresa las siguientes cantidades en notación científica:

a) 0.00000000005

b) 14 345 6678 988 778 0234

c) 0.000567

e) 13.668

f) 0.78

g) 57.001

h) 0.00000343009

i) 66889×10^{-5}

j) 12.78×10^{-19}

k) 0.055689×10^{34}

Solución:

The screenshot shows the WolframAlpha interface. At the top, the WolframAlpha logo is displayed with the tagline "computational... knowledge engine". Below the logo, the input field contains "0.00000000005 scientific notation". The output field shows "Input interpretation:" followed by a table with two columns: "scientific notation" and "5. x 10⁻¹¹".

a) 5×10^{-11}

b) $5.80157544736224 \times 10^{15}$

c) 5.67000×10^{-4}

e) 1.3668×10^1

f) 7.8×10^{-1}

g) 5.7001×10^1

h) 3.43009×10^{-6}

i) 6.68885×10^5

j) $1.27800... \times 10^{-18}$

k) 5.5689×10^{32}

Cifras significativas: son números que siguen criterios en su manejo para realizar cálculos en ingeniería y ciencias. Resuelve criterios para el número de decimales que se manejan en los cálculos y al modo de presentar los resultados numéricos. Las cifras significativas representan información que expresa el margen de precisión de cálculos e instrumental de medición.

Regla 1. En el número que no contiene ceros, todos los dígitos son significativos .

Por ejemplo:

6,78951 seis cifras significativas 6,78951

5.18 tres cifras significativas 5.18

Regla 2. Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos.

Por ejemplo:

4,054 cuatro cifras significativas 4,054

6780 cuatro cifras significativas 6780

Regla 3. Los ceros a la izquierda del primer dígito que no es cero sirven solamente para fijar la posición del punto o coma decimal y no son significativos.

Por ejemplo:

0,0034	dos cifras significativas	0,00 <u>34</u>
0.0001801	cuatro cifras significativas	0.0001 <u>801</u>

Regla 4. En un número con dígitos decimales, los ceros finales a la derecha del punto o coma decimal son significativos.

Por ejemplo:

0,0940	tres cifras significativas	0,0 <u>940</u>
50.00	cuatro cifras significativas	<u>50.00</u>

Regla 5. Si no se escribe el signo decimal, todos los dígitos de la cifra son significativos.

Por ejemplo:

345670	seis cifras significativas	<u>345670</u>
--------	----------------------------	---------------

Regla 6. Los números exactos tienen un número infinito de cifras significativas.

El **orden de magnitud** (OM) de un número, es la potencia decimal del valor relativo de su cifra significativa:

$$m \times 10^n$$

El número **m** es la mantisa y **n** el orden de magnitud. Si dos números tienen igual orden de magnitud, representan algo en el mismo orden de proporción. Podríamos entender por orden de magnitud a la potencia más próxima a dicho número. El uso de las cifras significativas obedece a un convencionalismo generalizado para realizar cálculos y mediciones de magnitudes físicas.

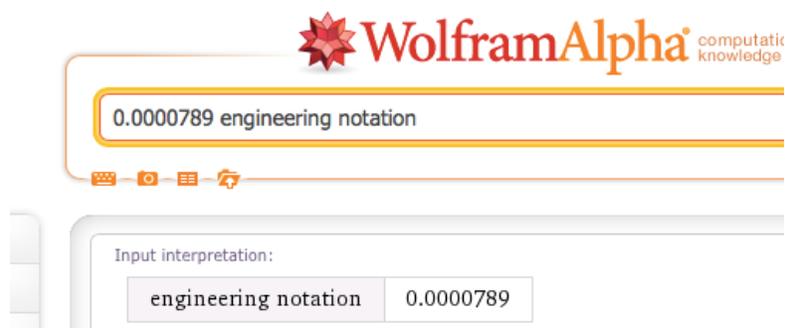
Ejemplos de orden de magnitud en notación científica:

a) 0.0000789	7.890000×10^{-5}	OM -5
b) 0.0000002cm	2.00×10^{-7} cm (centimeters)	OM -7
c) 100000000000	1×10^{11}	OM 11

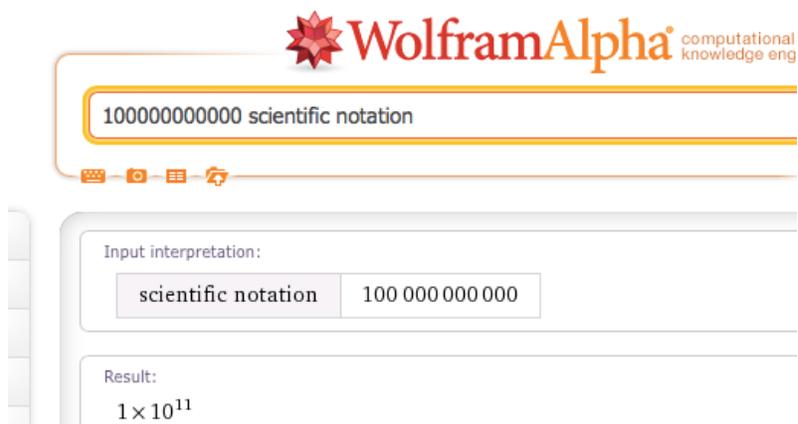
Notación en ingeniería a diferencia de la científica es que la potencia de 10 que se usa como factor, tiene un exponente que es múltiplo de tres; por lo demás son las mismas reglas que para notación científica.

Ejemplos de orden de magnitud en notación de ingeniería

- | | | |
|-----------------|---------------------------------------|-------|
| a) 0.0000789 | 78.90000×10^{-6} | OM -6 |
| b) 0.0000002cm | 200×10^{-9} cm (centimeters) | OM -9 |
| c) 100000000000 | 100×10^9 | OM -9 |



Ingenieros y científicos manejan números extremadamente grandes y pequeños, por ello, se acuerda la convención del uso de estas reglas de notación para toda la actividad académica y profesional.

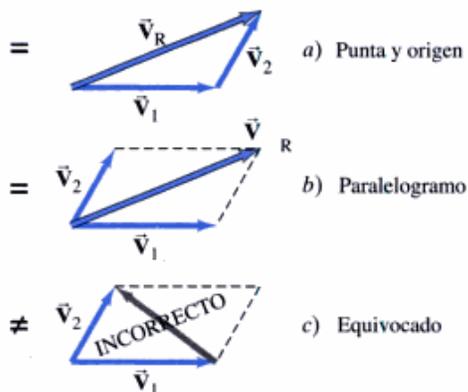


The image shows a screenshot of the WolframAlpha website. At the top, the WolframAlpha logo is displayed with the tagline "computational knowledge eng". Below the logo, the input field contains the text "100000000000 scientific notation". The "Input interpretation:" section shows a dropdown menu set to "scientific notation" and the value "100 000 000 000". The "Result:" section displays the output 1×10^{11} .

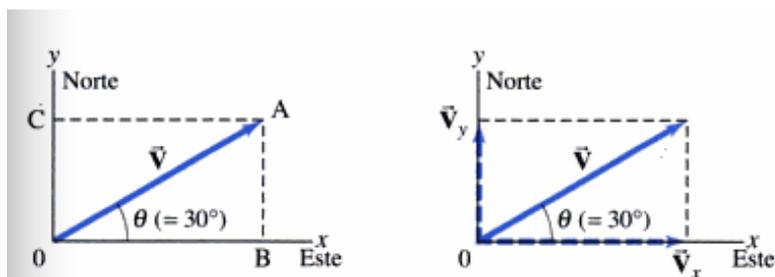
Práctica III: Resolver adición de vectores por el método del paralelogramo y por descomposición de componentes

El método del paralelogramo es un recurso para suma, resta y multiplicación por un escalar de vectores. La adición de dos vectores es dibujar partiendo de un mismo origen un paralelogramo con el empleo de los vectores como lados adyacentes, donde el resultado es un vector resultante, como la diagonal que se dibuja desde el origen común.

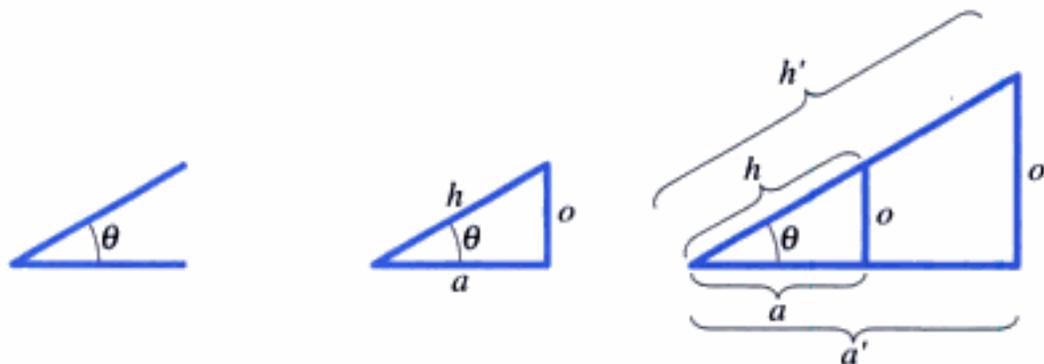
$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 =$$



Sumar vectores con regla y transportador, no es muy preciso, el método de descomposición de componentes es más preciso y práctico. Un vector \mathbf{v} , en el espacio \mathbf{R}^2 , puede expresarse como la suma de dos vectores, que llamaremos componentes, normalmente son la proyección de la sombra sobre los ejes coordenados. Descomponer el vector \mathbf{v} , se escribe en términos de \mathbf{v}_x y \mathbf{v}_y ,

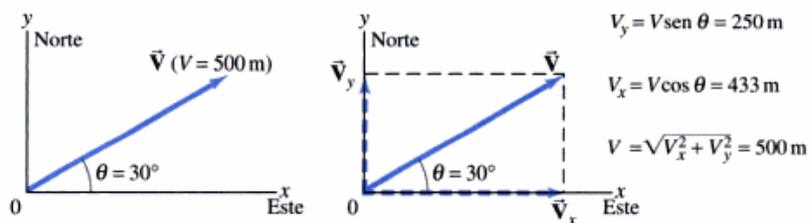


En \mathbf{R}^3 , un vector se descompondrá en tres componentes $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$. Se comienza la descomposición de componentes aplicando senos y cosenos a los ángulos formados por los vectores y sus ejes coordenados.

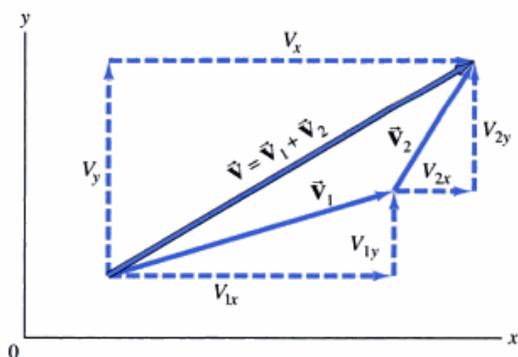


$$\begin{aligned} \text{sen } \theta &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{o}{h} \\ \text{cos } \theta &= \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h} \\ \text{tan } \theta &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{o}{a} \end{aligned}$$

Por ejemplo: calcule las componentes del vector \mathbf{v} con dirección de 30° y magnitud de 500m.



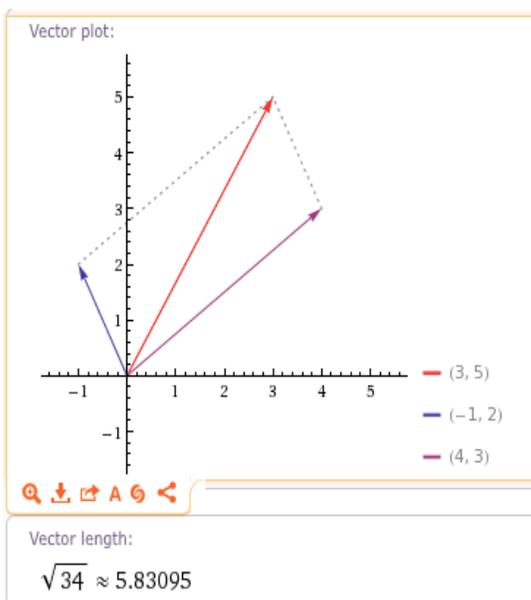
Para calcular la suma resultante de dos vectores, se realiza la adición de las componentes de los vectores para formar un nuevo vector.



Resolver por el método del paralelogramo empleado Wolfram Alpha.

$$V=[4,3]; u=[-1,2]$$

Solución:

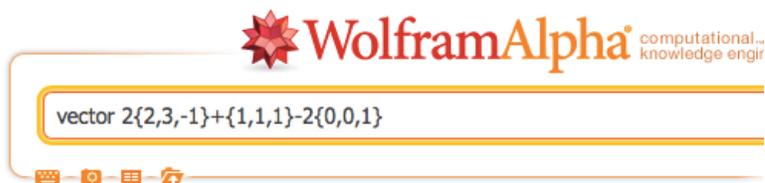


Vector resultante = [3,5]

Resolver por el método del paralelogramo empleado Wolfram Alpha $2\mathbf{u}+\mathbf{v}-2\mathbf{w}$

$$\mathbf{v}=[2,3,-1]; \mathbf{u}=[1,1,1]; \mathbf{w}=[0,0,1]$$

Solución:



6. Expresa en notación científica las siguientes cantidades

a) 234 000 000 000 000 000 km

b) 765 000 000 000 gr

7. Sean los vectores $\vec{A}(8,7)$ y $\vec{B}(-6,6)$ obtener

a) $\vec{A} + \vec{B} = (8,7) + (-6,6) = (8+(-6)), (7+6) = (2,13)$

b) $\vec{A} - \vec{B} = (8,7) - (-6,6) = (8-(-6)), (7-6) = (14,1)$

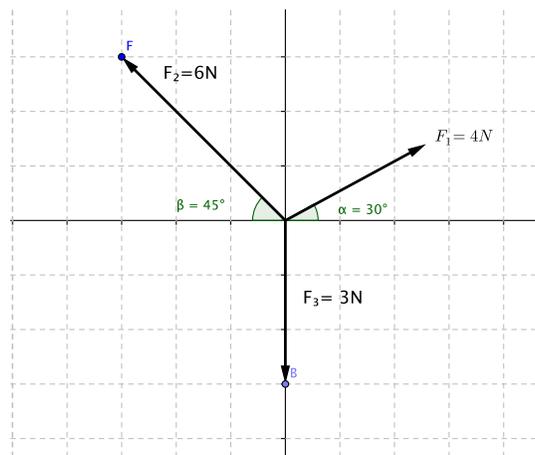
1.11. Autoevaluación

1. Si caminé 4.57m, ¿cuántas yardas son?, considere $1\text{m}=1.094\text{ yd}$

2. Expresa en notación científica $-0.000\ 000\ 000\ 187\text{ cm}$

3. Un automóvil recorre 3km hacia el este y luego 4km hacia el norte. Respecto a su punto de partida, ¿cuál es su desplazamiento? Indica dirección y sentido

4. Usando el método de las componentes, encontrar el vector resultante. Considere F las fuerzas aplicadas en N



1.12. Soluciones del problemario

1.

a) Escalar

b) Vectorial

c) Escalar

d) Vectorial

e) Escalar

$$2. 250 \frac{km}{h} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{1000m}{1km} = 69.\bar{4}m/s$$

$$3. 1 \text{ inch} = 2.54cm$$

$$\frac{3}{4} \text{ inch} = x$$

$$x = \frac{\frac{3}{4} \text{ inch} \times 2.54cm}{1 \text{ inch}} = 1.905 \text{ cm}$$

$$4. 5 \times 10^{-9}cm$$

$$5. 9.1 \times 10^{-31}kg$$

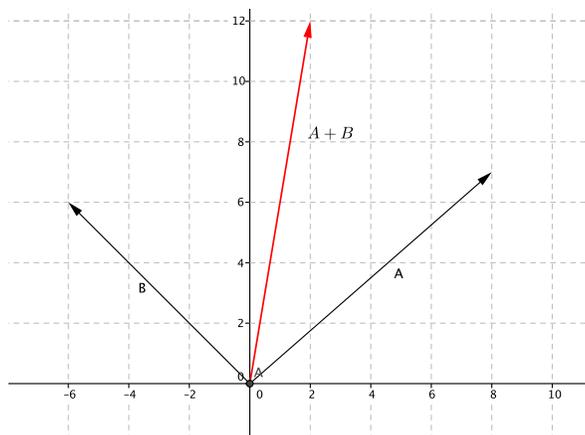
6.

$$a) 2.34 \times 10^{20}km$$

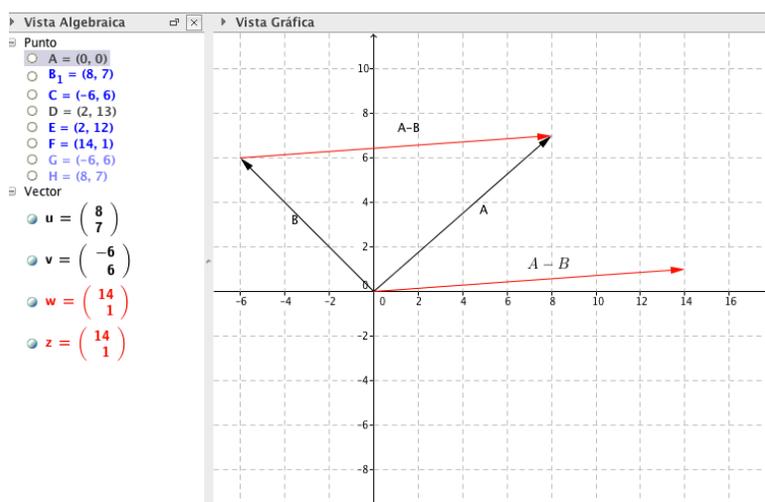
$$b) 7.65 \times 10^{11}gr$$

7.

$$a) \vec{A} + \vec{B} = (8,7) + (-6,6) = (8+(-6)), (7+6) = (2,13)$$



b) $\vec{A} - \vec{B} = (8,7) - (-6,6) = (8 - (-6)), (7 - 6) = (14,1)$



1.13. Soluciones de autoevaluación

1. Aproximadamente 5yd
2. $-1.87 \times 10^{-10} \text{ cm}$
3. $d = 5 \text{ km}$ $\theta = 53^\circ$ respecto del Este
4. $\vec{F}_R = 3.34 \text{ N}$, $\theta = 76^\circ$

1.14. Conclusiones

Te invitamos a observar con detenimiento tu entorno, constantemente medimos muchas cosas por ejemplo tu masa, tu estatura, usamos varios instrumentos de medición como el reloj, la regla métrica, etc.

Vimos que al tratar de medir con precisión debemos tomar en cuenta errores de medición y no confundirlos con la incertidumbre.

También conocimos algunos sistemas de medición, es importante conocer la forma de pasar de uno a otro ya que con la globalización encontramos distintos objetos que vienen medidos en distintos sistemas.

Diferenciamos entre cantidades escalares y vectoriales y conocimos una forma práctica de representar cantidades muy grandes o muy pequeñas mediante la notación exponencial.

Te invitamos a leer textos científicos que te mantengan informado acerca de lo que se está haciendo en México y en el mundo en cuanto a ciencia y tecnología.

Suma de vectores por el método del paralelogramo

<https://www.youtube.com/watch?v=HdJNt2C11T4>

<https://www.youtube.com/watch?v=ycPw-c9kkZQ>

<http://www.ck12.org/statistics/Levels-of-Measurement/lesson/Levels-of-Measurement/r9/>

URL

<http://www.tareasplus.com/ejercicios-notacion-cientifica/>

<http://aula.tareasplus.com/Juan-Camilo-Botero/Fisica-Clasica>

<http://www.wolframalpha.com>

<http://wolframalpha0.blogspot.mx> fuerzas en el plano xy

<http://profe-alexz.blogspot.mx/2012/01/pagina-para-calcular-vectores-online.html>

<http://worrydream.com/refs/Crowe-HistoryOfVectorAnalysis.pdf>

<http://aula.tareasplus.com/Juan-Camilo-Botero/Fisica-Clasica> (video curso)

<http://www.wolframalpha.com/examples/Units.html>

Unidades

<http://reference.wolfram.com/mathematica/tutorial/UnitsOverview.html>

<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/Quantity.html>

Educativo

<http://education.wolfram.com/?fp=right>

<http://www.e-bookspdf.org/download/iso-3534.html>

Libros

<http://www.principiamarsupia.com/2014/02/06/el-resultado-mas-extrano-y-fascinante-de-las-matematicas/>

[http://stringworld.ru/files/Polchinski J. String theory. Vol. 1. An introduction to the bosonic string.pdf](http://stringworld.ru/files/Polchinski_J._String_theory._Vol._1._An_introduction_to_the_bosonic_string.pdf)

[http://stringworld.ru/files/Polchinski J. String theory. Vol. 2. Superstring theory and beyond.pdf](http://stringworld.ru/files/Polchinski_J._String_theory._Vol._2._Superstring_theory_and_beyond.pdf)

Referencias

-
- ¹ Feynman, Richard P. (2003) Conferencias sobre computación. Barcelona: Crítica [Google Book](#)
- ² Laurence A. Moran (2010) Making a Fool of Yourself. <http://sandwalk.blogspot.mx/2010/06/making-fool-of-youself.html>
- ³ Ivorra, Eduardo () Richard Feynman recorriendo su obra. Matemática, Física Astronomía CASANCHI divulgación <http://casanchi.com/ref/feynman01.pdf>
- ⁴ Hawking, Stephen (2010) A hombros de gigantes. Barcelona: Crítica [Google Book](#)
- ⁵ Olivé, León (2011) Tecnología en la sociedad del conocimiento: ética, política y epistemología. México: FCE
- ⁶ Morales, M.,Gonzalo J. (2012) Desarrollo de la termodinámica. Libros en Red www.Librosenred.com
- ⁷ Bloom, Harold (2009) La ansiedad de la influencia. Madrid: TROTTA
- ⁸ Paz, Octavio (2006) El arco y la lira. México: FCE
- ⁹ Nussbaum, Martha C. (2007) Las fronteras de la justicia. Barcelona: Paidós
- ¹⁰ Gennari Mario (1997) La educación estética arte y literatura. Barcelona: Paidós
- ¹¹ Habermas, Jürgen (2007) Ciencia y técnica como ideología. Madrid: Tecnos
- ¹² Bautista Ramos, Raymundo; et al. (2004) Las matemáticas y su entorno. México: Siglo XXI
- ¹³ Barrow, John (2008) El salto del tigre. Barcelona: Crítica
- ¹⁴ Bunge, Mario (1997) Ética, ciencia y técnica. Buenos Aires: Editorial Sudamericana
- ¹⁵ Farnsworth, Matthew (2012) Newton: la science du complot. Canada: SODEC [Google Book](#)
- ¹⁶ Lindley, David (2010) Incertidumbre. Madrid: Ariel [Google Book](#)

17

http://www.revistaciencias.unam.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=585:forcing-otros-munsdos-possibles&catid=75&Itemid=113

¹⁸ http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/historia_04.pdf

¹⁹ C&R Conjeturas y Refutaciones, Ed. Paidós, 1991.

²⁰ Hegel, Georg Wilhelm Friedrich (1966) Fenomenología del espíritu. México: FCE

²¹ Sáes R. S. J. & Font Avila, Luis (2001) Incertidumbre de la medición: teoría y práctica. L&S Consultores
http://datateca.unad.edu.co/contenidos/401547/Act_4._Incertidumbre_de_la_medicion.pdf

²² Martín del Campo, Javier Miranda () Incertidumbre en datos experimentales. UNAM. http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/eval_incert_6905.pdf

²³ Maroto Alicia, et al. () Incertidumbre y precisión. España: Instituto de estudios avanzados Universitat Rovira i Virgili
<http://www.quimica.urv.es/quimio/general/incert.pdf>

²⁴ J. Riu, R. Boqué, A. Maroto, F. X. (2000) Rius Técnicas de Laboratorio 254: 591-594
<http://www.slideshare.net/alxa/incertidumbre-1640659>

²⁵ CGPM (2008) Sistema Internacional de Unidades(SI) Edición 8ª.
<http://www.cem.es/sites/default/files/siu8edes.pdf>

²⁶ Corona Guerra, Rafael & et. al. (2011). México: CONALEPMICH/CIE

27

http://www2.camino.upm.es/Departamentos/matematicas/revistapm/revista_impresa/numero_1/hamilton_y_el_descubrimiento_de_los_cuaterniones.pdf

²⁸ <http://revistasuma.es/IMG/pdf/25/061-070.pdf>

²⁹ A History of Vector Analysis: The Evolution of the Idea of a Vectorial System (Notre Dame, Indiana: University of Notre Dame Press, 1967), xviii + 270 pp; (New York: Dover, 1985; 1994).

Capítulo II. Determinar fuerzas de cuerpos en reposo

Tal vez Newton, en mayor medida que cualquier otro científico, fuera quien inculcó a los científicos posteriores la idea de que el universo se podía comprender en términos matemáticos. El periodista James Gleick ha escrito que “Isaac Newton nació en un mundo de tinieblas, oscuridad y magia [...] estuvo al menos una vez al borde de la locura [...] y sin embargo, descubrió más facetas del núcleo esencial del conocimiento humano que cualquier otro antes o después de él. Fue el principal arquitecto del mundo moderno [...] Convirtió al conocimiento en algo sustantivo: cuantitativo y exacto. Formuló principios que nosotros llamamos “leyes”.

Newton es ante todo inspiración en palabras de Stephen Hawking .

Clifford A. Pickover (2012) The physics book. Nueva York: Holanda

2.1. Newton

Isaac Newton (1642-1727), físico y filósofo británico creador de los conceptos de la mecánica clásica, el cálculo infinitesimal y de la teoría gravitación universal entre los muchos aportes que realizó a la humanidad. Fue presidente de la Royal Society, una de las sociedades científicas más importantes del mundo¹. Resulta sorprendente la influencia intelectual de sus innovaciones en el cálculo matemático y física óptica² (actualmente se encuentran disponibles en línea copias digitales de sus documentos en la Universidad de Cambridge³). Hijo de un agricultor analfabeto de nombre Isaac Newton y madre Hannah Ayscough oriundos de Woolsthorpe, Lincolnshire. Su padre muere en octubre de 1642 e Isaac Newton hijo nace tres meses después el 25 de diciembre de 1642, su madre se volvió a casar con Barnabas Smith (1646) y la abuela materna Margery Ayscough fue clave para su formación básica. Ese tiempo es recordado por la muerte de Galileo Galilei y el estallamiento de la guerra civil inglesa.



En 1645 termina la guerra civil inglesa, 1648 también termina la guerra de los treinta años en Europa del Norte, en 1649 Inglaterra se convierte en república, en 1650 muere René Descartes, 1651 Thomas Hobbes publica Leviathan. Barnabas Smith muere en 1653. Es en 1654 cuando Newton se matriculó en la King's School en

Grantham, donde un boticario de la ciudad lo motivó por la química, es recordado como un estudiante que pasó de menos a ser destacado de su clase, ese año se publica *The Marrow of Alchemy* por George Ripley⁴. En 1658 deja la escuela y es convencido por el profesor Henry Stokes que regrese a la escuela de Grantham. En 1660 la Fundación de la Real Sociedad (Foundation of the Royal Society) publica los nuevos experimentos de física mecánica y en 1661 *Sceptical Chymist* de Robert Boyle. Sufre Newton una crisis religiosa en 1662 creando su lista de pecados: robar mazorcas a Eduard Storer, amenazar a sus padres, desear la muerte a algunos individuos. En 1663 conoce en Cambridge al que sería su asistente John Wickins. En 1664 se cree que asiste a las conferencias de matemáticas dadas por Isaac Barrow, titular de la Cátedra Lucasiana recién instituida en Matemáticas. Se dedica a los estudios específicos en matemáticas y óptica, ignorando en gran medida el currículo oficial de la universidad de los clásicos, la geometría euclidiana y la filosofía aristotélica. Comienza a llenar su libreta universitaria de una serie de entradas científicas de gran alcance titulado «*Quaestiones quaedam Philosophiæ*», y Boyle publicó *Touching Colours*; nace el matemático suizo Nicolas Fatio de Duillier quien sería uno de sus mejores amigos. Para 1667 de manera autodidacta crea el cálculo diferencial e integral, que Newton llamó método de series y fluxiones, además, surge en él la inquietud por explicar la fuerza necesaria para mantener la luna en órbita alrededor de la Tierra, influenciado por Kepler. Escribe ecuaciones de series infinitas en 1669, y es instado por Barrow a que publique sus trabajos, en 1671 presenta a la Real Sociedad sus escritos de método de series y fluxiones que será publicado hasta 1736. 1672 publica Newton su teoría de la luz y los colores, provocando críticas que indignan a Newton y comienza así una feroz lucha con Robert Hooke. En 1676 Leibniz visita Londres y presenta su desarrollo independiente sobre los fundamentos del cálculo (publicado en 1678) y en 1677 muere Isaac Barrow. En 1686 formula su teoría de la gravitación universal: cada objeto en el universo atrae y es atraído a todos los demás objetos. Ya para 1689 Newton ya era una celebridad intelectual y hace amistad con el filósofo John Locke, en una carta famosa de Newton escrita a Locke confiesa que sus descubrimientos fueron basados en conocimiento de

sabiduría antigua. En 1691 muere Robert Boyle y Locke 1703. En 1712 a petición de Leibniz, se revisa por un comité la historia controvertida del cálculo que implicaba a Newton con plagio. En respuesta en 1713 Newton publica su segunda edición de Principia, reconociendo bajo el tono de referencia extirpada, en el prefacio se menciona a Leibniz como un reptil miserable, en la misma obra se añade escolio general, para establecer la relación entre Dios y la creación de Newton. En 1726 se publicó la tercera edición de Principia y en 1727 preside su última reunión en la Royal Society el 19 de febrero y el 2 de marzo. Poco después cae en cama, sufriendo de una nueva piedra en la vejiga. Muere, tras haber negado la extremaunción, en marzo de 1727.

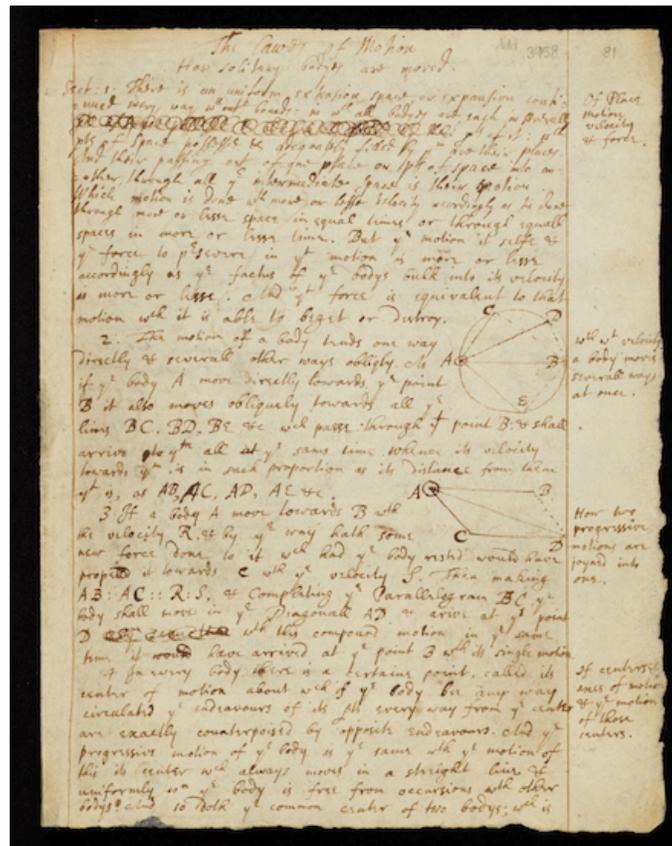


Fig. 1. Isaac Newton (c 1665 - c 1672) The Laws of Motion⁵

Las leyes del movimiento de Newton, tienen fundamentos que explican los problemas relativos al movimiento de los cuerpos. También esta física es conocida como física clásica o newtoniana, en palabras de Newton⁶:

“Hay una extensión uniforme, espacio o expansión continua de todos los sentidos y sin límites: en el que todos los cuerpos son, cada una las partes de él, las partes del espacio que posee son llenadas por ellos en sus lugares. Y su paso de un lugar o de una parte del espacio a otro, a través de todo el espacio intermedio es su movimiento [...] la fuerza es equivalente al movimiento de engendrar o destruir”.

Newton considera que un cuerpo en reposo y un cuerpo en movimiento con velocidad constante distinta de cero no se distinguen en ellos diferencia, esto es consecuencia del sistema de referencia. De esta manera un cuerpo que no se le aplica ninguna fuerza dentro de un sistema de referencia con aceleración cero, es un sistema de referencia inercial. Las leyes de Newton solo son válidas en estos sistemas de referencia inercial (sistema de referencia en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme). En palabras de Newton él alcanzó a ver más lejos que otros por que se apoyó a hombros de gigantes.

“Constituyen los cimientos no solo de la dinámica clásica sino también de la física clásica en general. Aunque incluye ciertas definiciones y en cierto sentido pueden verse como axiomas, Newton afirmó que estaban basadas en observaciones y experimentos cuantitativos; ciertamente no pueden derivarse a partir de otras relaciones más básicas. La demostración de su validez radica en sus predicciones... La validez de esas predicciones fue verificada en todos y cada uno de los casos durante más de dos siglos”⁷ pag. 133

La primera ley de Newton se publicó en *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*.⁸ **Primera ley de Newton:** “Todo cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas que actúan sobre él. En ambas circunstancias, se dice que el cuerpo está en un estado de equilibrio mecánico. A esta tendencia de los cuerpos a resistir cambios en su movimiento se le llama inercia, asociada a la masa del

cuerpo".⁹ Es decir, un cuerpo en reposo permanece en reposo y un cuerpo en movimiento uniforme se mantiene en movimiento uniforme a menos que actúe sobre él una fuerza de desequilibrio exterior. La inercia es la magnitud de resistencia al cambio de velocidad de un cuerpo.

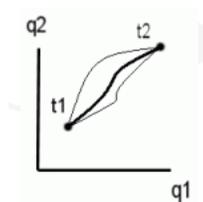
Esta ley es válida si los experimentos de la mecánica son a velocidades muy bajas respecto de la luz, pero en caso contrario puede requerir formulaciones más sofisticadas, como la relatividad espacial, la relatividad general o la mecánica cuántica relativista, a grandes velocidades, o con fuertes campos gravitatorios.

Segunda ley de Newton: La aceleración de un objeto tiene la misma dirección que la fuerza externa total que actúa sobre él. La fuerza es directamente proporcional al producto de masa por la aceleración.

$$\sum F = F_{neta} = ma$$

El conocimiento práctico que tenemos respecto a la experiencia del movimiento de un cuerpo en un sistema de referencia inercial, despreciando matemáticamente sus efectos relativistas, nos reafirman que la proposición de Newton $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ es aceptable su predictibilidad con cálculos en un sistema de referencia rectangular. La teoría de Newton sobre el movimiento mecánico es eficiente bajo estas consideraciones. Pero cuando el cuerpo a estudiar es una partícula relativamente pequeña moviéndose a gran velocidad, requerimos otra física, Hamilton es quien al igual que Newton por experimentación deduce el principio de mínima acción para partículas en estado de movimiento como un campo físico, es decir, la evolución en el tiempo de todo sistema físico requería una cantidad de acción con una tendencia mínima posible. Las ecuaciones para este sistema de movimiento entre dos tiempos t_1 y t_2 , describen pequeñas variaciones virtuales del movimiento respecto al real.

El principio de Hamilton expresa cuál de todas las trayectorias $q(t)$ es la real, a partir de una ecuación lagrangiana, consiste en admitir que las partes de un sistema que no interactúan con otras no pueden contener magnitudes pertenecientes a esas otras.



La física mecánica ya hemos dicho que se interesa por explicar analíticamente a partir de las causas (fuerzas) en términos matemáticos el movimiento de los cuerpos, al predecir su comportamiento tendríamos que superar su reducción de verlo solo en términos geométricos, tal como lo hicieron Aristóteles, Euclides, Pitágoras, Copérnico, Kepler, Galileo, hasta que todo cambió con la magia de la imaginación creativa de Newton.

En Newton el movimiento geométrico no es el de un punto geométrico, sino el de un punto material llamado partícula en función vectorial respecto del tiempo. Para Newton al igual que para Galileo el parámetro tiempo es absoluto, es decir, inmutable entre sistemas inerciales. Los estados del movimiento del modelo de Newton por su estructura evolucionan en términos de instantes de tiempo proyectados sobre ejes cartesianos de referencia, para la posición $x(t)$, la velocidad $v(t)$, y la aceleración $a(t)$. Estos dos últimos conceptos $v(t)$ y $a(t)$ son vectores que responden a que no sea imperioso conocer la partida de las variaciones temporales de orden arbitrariamente alto de las funciones coordenadas, bastando con tener conocimiento de condiciones iniciales y finales de la partícula para modelar el movimiento completo. Para la consistencia de este modelo, fuerza y aceleración se vinculan con la idea material de punto, con la masa inercial m . $F=ma$, la fuerza sobre una partícula es el producto de su masa inercial por la aceleración de la misma. La fuerza que ejerce una partícula sobre otra partícula representa para las

ecuaciones de movimiento una innovación, es esa fuerza en magnitud igual entre las partículas, y opuesta en dirección a la fuerza recíproca.

$$F_1 = F_2$$

Es claro que la primera ley es deducida de la segunda ley, y que la tercera ley de Newton es para un sistema que converge en la primera ley para expresar un cuerpo estático como la suma nulificada de todas las fuerzas, no la ausencia de ellas en el sistema. La masa inercial no la debemos confundir con la masa gravitatoria de la ley de la gravitación universal:

$$F = -G \frac{m_g m_g'}{d^2} \hat{r}$$

Donde \hat{r} es el vector unitario que une los centros de las partículas de masa m_g a m_g' .

La practicidad de las ecuaciones de Newton para un sistema mecánico es asombrosa, sin embargo, para cuando el sistema está dado por funciones de coordenadas y velocidades que se mantienen en un campo constante en el curso de su evolución, resulta mejor expresarlo en términos de cantidades conservadas, como el momento lineal y angular. El momento lineal de un punto material es el producto de su masa por su velocidad

$$\rho = mv$$

Esta visión escapa al alcance de este libro, solo agregaremos que con este concepto de física los campos son algo que está distribuido en todo el espacio (temperatura, electromagnetismo, gravedad) y la partícula es un efecto del campo en una región del espacio. Así la ecuación de Newton podría expresarse como

$$\vec{F} = \frac{d\vec{\rho}}{dt}$$

La traducción del texto original de las leyes de Newton por Stephen Hawking¹⁰:

Ley I

“Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser en tanto que se obliga por fuerzas impresas a cambiar su estado”.(pág. 659)

Ley II

“El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime”. (pág. 659)

Ley III

“Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: es decir, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas”. (pág. 660)

Isaac Newton nos legó además de su asombrosa matematización de la realidad fáctica, la enseñanza del honor de crecer en la ciencia reconociendo la obra de todos los que nos preceden a nuestro tiempo, aprender física es reflexionar explorando todos los caminos de la razón y la experimentación.

Nota: La masa inercial estará dada en kilogramos, la fuerza en N (Newton, la fuerza necesaria para 1 m/s^2 de aceleración).

Las fuerzas fundamentales del universo son cinco:

Fuerza oscura. Fuerza responsable de la expansión del universo.

Fuerza nuclear fuerte. Fuerza de pegamento de las partículas subatómicas.

Fuerza nuclear débil. Fuerza de decaimiento radiactivo.

Fuerza electromagnética. Fuerza de afinidad o repulsión entre cargas.

Fuerza gravitacional. Fuerza de atracción recíproca entre masas.

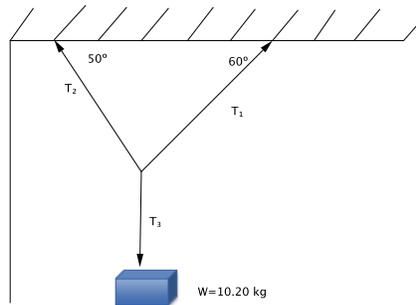
2.2. Equilibrio traslacional

El equilibrio traslacional es que un cuerpo físico no tiene fuerza resultante actuando en él, es decir, la suma de los componentes en el **x** o **y** son igual a cero, en otras palabras la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son igual a cero

$$\sum F_x = 0$$

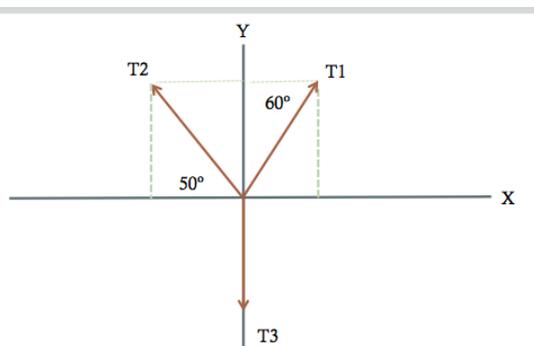
$$\sum F_y = 0$$

Ejemplo 1: Calcular la tensión en los cables de una caja de **10.20 kg** sostenida de un techo (se desprecia el peso de los cables).



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Descomponemos las fuerzas en sus componentes vectoriales

$$\sum F_x = 0$$

$$T_{1x} - T_{2x} + T_{3x} = 0$$

$$T_1 \cos 60 - T_2 \cos 50 + 0 = 0$$

$$T_1 = T_2 \frac{\cos 50}{\cos 60} = T_2(1.2855)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_{1y} + T_{2y} - T_3 = 0$$

$$T_1 \sin 60 + T_2 \sin 50 = T_3$$

$$T_3 = mg = (10.20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 100 \text{ N}$$

$$T_2(1.2855)(0.8660) + T_2(0.7660) = 100 \text{ N}$$

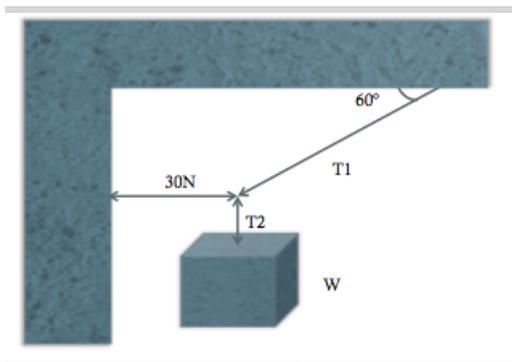
$$T_2(1.1132) + T_2(0.7660) = 100 \text{ N}$$

$$T_2 = \frac{100 \text{ N}}{1.8792} = 53.2141 \text{ N}$$

$$T_1 = T_2(1.2855) = (53.2141)(1.2855) = 68.4067 \text{ N}$$

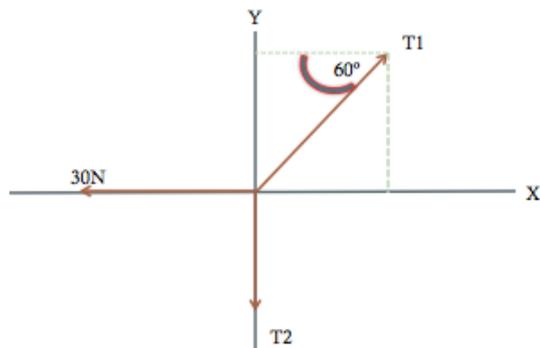
Nota: $T_1 > T_2$ porque es más vertical T_1 que T_2 , $T_1 + T_2 > 100 \text{ N}$ por la fuerza adicional de los cables que jalan de derecha a izquierda.

Ejemplo 2: Calcular las tensiones y la masa desconocida del sistema de equilibrio.



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Cálculo de equilibrio

$$\sum F_x = 0$$

$$-30N + T_{1x} = 0$$

$$-30N + T_1 \cos 60 = 0$$

$$T_1 \cos 60 = 30N$$

$$T_1 = \frac{30N}{\cos 60} = 60N$$

$$g = 9.8m/s^2$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_{1y} - T_2 = 0$$

$$60N \sin(60) = T_2$$

$$T_2 = 60N \sin(60) = 30\sqrt{3} N = 52 N$$

$$w = T_2 / g = 52N / 9.8m/s^2 = 5.3kg$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_{1y} + T_{2y} - T_3 = 0$$

$$T_1 \sin 30 + T_2 \sin 50 = T_3$$

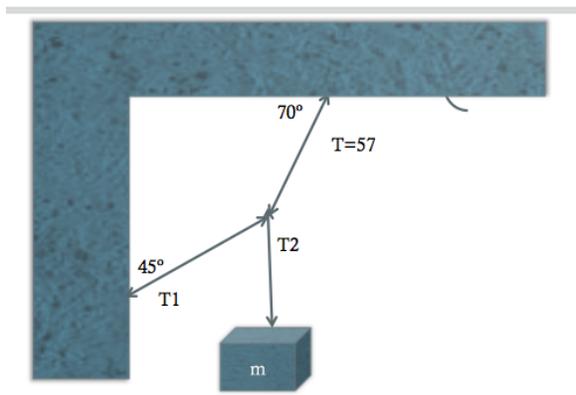
$$T_3 = mg = (10.20kg)(9.8m/s^2) = 100N$$

$$T_2(0.7421)(0.7421) + T_2(0.7660) = 100N$$

$$T_2(0.3710) + T_2(0.7660) = 100N$$

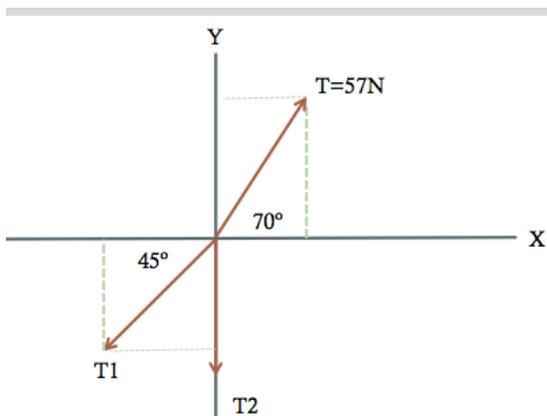
$$T_2 = \frac{100N}{1.137} = 89.95N$$

Ejemplo 3: Calcular las tensiones y la masa desconocida del sistema de equilibrio.



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Cálculo de equilibrio

$$\sum F_x = (57N)\cos(70) - T_1 \cos(45) = 0$$

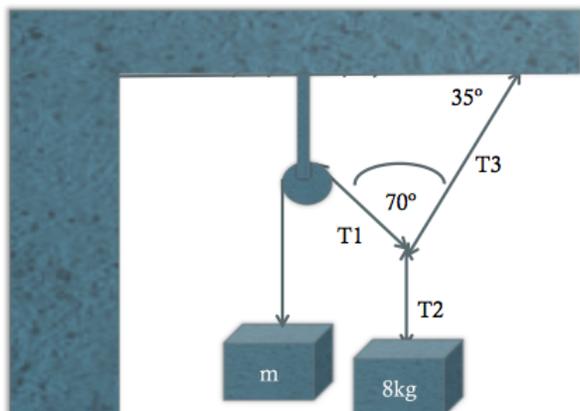
$$T_1 = 57N \frac{\cos 70}{\cos 45} = 27.57N$$

$$\sum F_y = (57N)\sen(70) - T_2 - T_1 \sen(45) = 0$$

$$T_2 = (57N)\sen(70) - (27.57N)\sen(45) = 34.068N$$

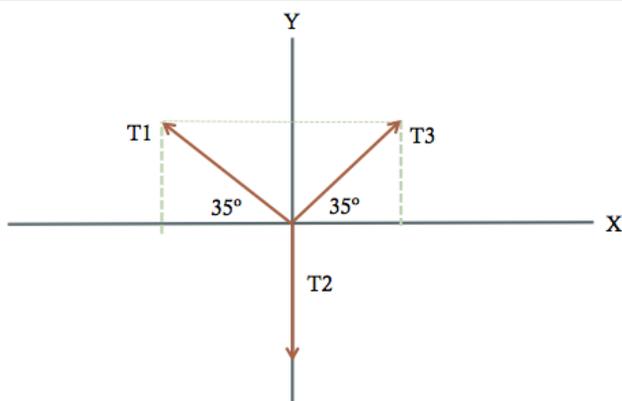
$$m = T_2 / g = 3.48kg$$

Ejemplo 4: Calcular las tensiones y la masa desconocida del sistema de equilibrio.



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Cálculo de equilibrio

$$\sum F_x = -T_1 \cos(35) + T_3 \cos(35) = 0$$

$$T_1 = T_3$$

$$\sum F_y = 2T_1 \sin(35) - mg = 0$$

$$T_1 = T_3 = \frac{mg}{2\sin(35)} = \frac{78.4}{2\sin(35)} = 68.34 \text{ N}$$

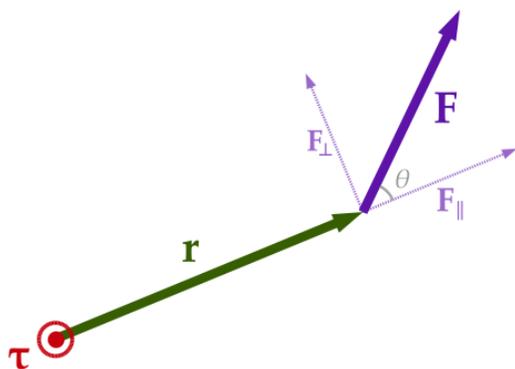
$$m = T_1 / g = 6.97 \text{ kg}$$

2.3. Equilibrio rotacional

Cuando nos referimos a la noción de móvil, es el concepto introducido por el escultor Alexander Calder. Entiéndase por móvil a un modelo de piezas giratorias por motores o por fuerzas naturales como el viento. El equilibrio en un móvil, es el equilibrio rotacional que implica que la suma de todas las fuerzas externas aplicadas al móvil son cero. Torsión es esa fuerza que tiende a producir rotación sobre un eje del objeto móvil.

Newton construyó un modelo gravitacional para explicar el movimiento de los planetas en función de fuerzas de naturaleza gravitatoria que son inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que describe un movimiento en órbitas elípticas, argumentó que fue vigente, hasta que Einstein propuso su modelo de espacio tiempo curvo, pero ambos dejaron el debate abierto sobre las propiedades de las causas últimas de estos efectos. Sin embargo, el modelo de Newton permite anticipar al grado de predecir la existencia teórica del planeta Neptuno mucho antes de su observación empírica. Así surge históricamente el concepto de torque.

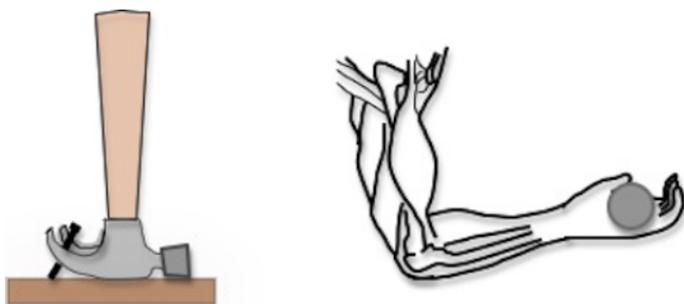
Par fuerza. Es la capacidad de una fuerza para causar que un cuerpo gire alrededor de un eje particular.



Donde \mathbf{F} actúa sobre el punto del vector posición \mathbf{r} , el objeto se hace pivotar sobre el punto de origen (0,0). La magnitud del par causado por \mathbf{F} sobre el eje origen es:

$$\tau = Fr_{\perp}$$

donde r_{\perp} es el brazo de la palanca de la fuerza, es esa distancia perpendicular desde la línea de fuerza que se aplica la fuerza al eje en el origen, bien podría tratarse de los siguientes casos de un martillo y levantamiento de pesas.



$$r_{\perp} = |r| \sin(\theta)$$

Donde θ es el ángulo formado entre la línea de fuerza y el brazo de palanca.

También podemos escribir el par como

$$\tau = Fr_{\perp} = F|r| \sin(\theta) = F_{\perp}|r|$$

donde F_{\perp} es la componente de la fuerza perpendicular a la línea de la palanca. Las unidades de torque son N m. El par se define positivo si tiende a rotar el objeto en sentido antihorario y negativo en caso de que gire en el sentido de las manecillas del reloj. Si sobre un cuerpo actúan mas fuerzas el par total es la suma de los pares de torsión debidos a las fuerzas individuales.

$$\tau_{neto} = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$$

Asegúrese de respetar los signos, algunas fuerzas podrían restar al par final neto. En su forma vectorial el torque es el producto cruz:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

Podemos deducir que el vector $\boldsymbol{\tau}$, es un vector perpendicular al plano formado por $\mathbf{r} \times \mathbf{F}$. Cuando el sistema está desequilibrado se produce un cambio en el momento angular del cuerpo. Es decir, el torque causa movimiento de rotación con aceleración angular $\boldsymbol{\omega}$:

$$\boldsymbol{\tau}_{neto} = I\boldsymbol{\alpha}$$

Donde I es el momento de inercia del sistema y $\boldsymbol{\alpha}$ es la aceleración angular. Es equivalente a la segunda ley de Newton:

$$\mathbf{F}_{neto} = m\mathbf{a}$$

Cuando el **par neto** es cero, el objeto no va a cambiar su estado de movimiento de rotación, es decir, no comenzará a girar, dejar de girar o cambiar la dirección de su rotación. Se dice que está en **equilibrio de rotación**. Si la suma de las fuerzas que actúan sobre el objeto también es cero, el objeto está en equilibrio de traslación y no cambia su estado de movimiento de traslación, es decir, no será acelerado o disminuido en la velocidad o cambio de su dirección de movimiento. Siempre que ambas condiciones se cumplan:

$$\begin{aligned}\sum \vec{\tau} &= 0 \\ \sum \vec{F} &= 0\end{aligned}$$

Si se cumplen estas condiciones, diremos que el cuerpo está en equilibrio estático.

El **momento angular**, momento de impulso o el impulso de rotación es un mensurando físico de rotación de un objeto, teniendo en cuenta su masa, la forma y la velocidad. Es un mensurando vectorial que representa el producto de inercia de rotación de un cuerpo y la velocidad de rotación alrededor de un eje particular. El momento angular de un sistema de partículas es la suma de los momentos angulares de las partículas individuales. Por ejemplo para las aspas de un ventilador el

momento angular se puede expresar como el producto del momento de inercia del cuerpo I (es decir, una medida de la resistencia de un cuerpo a cambiar en su velocidad de rotación), y su velocidad angular ω .

$$L = I\omega$$

De esta manera, el momento angular se describe a veces como el análogo de rotación del momento lineal $\rho = m\vec{v}$. Para los casos de objetos muy pequeños en comparación con la distancia radial a su eje de rotación, tal como un planeta que orbita una elipse alrededor del Sol o pelota colgada a una larga cuerda, se puede expresar como su línea de impulso $\rho = m\vec{v}$, atravesada por su posición desde el origen r . Por lo tanto, el momento angular L de una partícula con respecto a algún punto de origen es:

$$L = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \rho$$

El momento angular o **momento de torsión** se conserva en un sistema donde no hay torque externo neto, y su conservación ayuda a explicar muchos fenómenos diversos. Por ejemplo, el aumento de la velocidad de rotación de una figura de un patinador cuando los brazos se contraen, es una consecuencia de la conservación del momento angular. Las altas tasas de rotación de las estrellas de neutrones también se pueden explicar en términos de la conservación del momento angular. Por otra parte, la conservación del momento angular tiene numerosas aplicaciones en la física y la ingeniería (por ejemplo, la brújula giroscópica). Donde \vec{r} es el vector posición relativo a la partícula y al origen, ρ es el momento lineal de la partícula y L será su producto cruz. Para el caso de un sistema de partículas:

$$L = \sum_n \vec{r}_n \times m_n \vec{v}_n$$

Para el caso de un planeta el momento angular se distribuye entre el giro del planeta en su propio eje y el momento angular de su órbita:

$$L_{neto} = L_{spin} + L_{orbita}$$

El **centro de gravedad**, es el centro de masa de una distribución de la masa en el espacio, es el único punto que la posición relativa ponderada de las sumas de masas distribuidas es cero. La distribución de la masa se equilibra alrededor del centro de masa y de la media de la posición de las coordenadas ponderadas de la masa distribuida. Los cálculos de mecánica son a menudo simplificados cuando se formula con respecto al centro de la masa. Para un cuerpo rígido, el centro de masa se fija en relación con el cuerpo.

El centro de gravedad de una colección de masas es el punto en el que todo el peso del objeto puede ser considerado a concentrarse. Si $p(x, y)$ son las coordenadas del punto de centro de gravedad de una colección de masas puntuales m_1, m_2, m_n situados en coordenadas

$$P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_n(x_n, y_n)$$

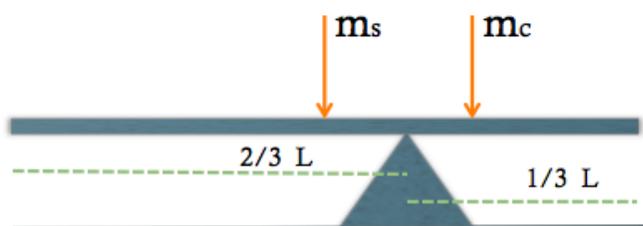
$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

Ejemplo 5: Un balancín mal construido tiene un punto de apoyo de $2/3$ del brazo horizontal a lo largo de su longitud. a) Si el balancín pesa 30 kg, ¿dónde se sentaría un niño de 20 kg para sentarse con el fin de equilibrar el balancín? b) ¿Cuál es el mínimo de masa que un niño debe tener a fin de equilibrar el balancín?

Solución:

El centro de gravedad del sube y baja se supone que es en el centro, en el supuesto de que es uniforme su masa. Por tanto, el diagrama de fuerzas es como se muestra a continuación. $M_s = 30$ kg es la masa del subibaja, $M_n = 20$ kg es la masa del niño, y L es la longitud del balancín.



a) Con el fin de encontrar la distancia x desde el niño al punto de apoyo que podemos hacer un balance par sobre el punto de apoyo:

$$\frac{2}{3}L - \frac{1}{2}L = \frac{1}{6}L$$

$$\sum \tau = \frac{L}{6} m_s g - x m_c g = 0$$

de modo que

$$x = \frac{L m_s}{6 m_c} = \frac{L(30)}{6(20)} = \frac{1}{4}L$$

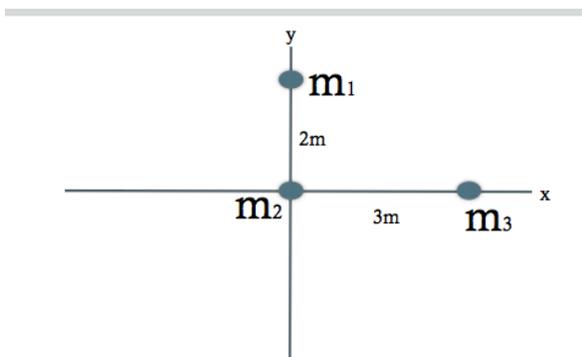
b) Para encontrar la masa mínima del niño que iba a funcionar, suponemos que el niño tiene de masa m_c y se sienta lo más a la izquierda como sea posible a fin de que:

$$\sum \tau = \frac{L}{6} m_s g - \frac{L}{3} m_c g = 0$$

lo que da

$$m_c = \frac{1}{2}ms = \frac{1}{2}(30kg) = 15kg$$

Ejemplo 6: Calcular $P(x_c, y_c)$ posición del centro de gravedad de los siguientes tres objetos donde $m_1 = 1.0$ kg, $m_2 = 2.5$ kg y 4.0 kg = m_3 . De acuerdo al siguiente gráfico:



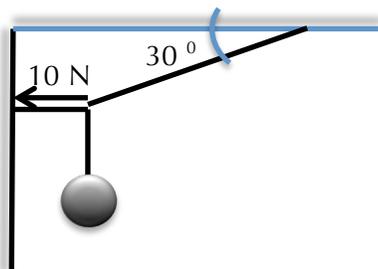
$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$x_c = \frac{m_1(0) + m_2(0) + m_3(3)}{m_1 + m_2 + m_3} = 1.6m$$

$$y_c = \frac{m_1(2) + m_2(0) + m_3(0)}{m_1 + m_2 + m_3} = 0.27m$$

2.4. Problemario

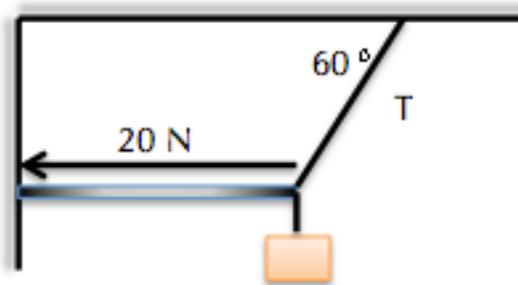
1. Una caja con una masa de 5 Kg es arrastrada por un plano horizontal, la fuerza que se le aplica es de 15 N. Calcular la aceleración de la caja.
2. Calcular la tensión en el cable que forma parte del sistema, que sostiene una masa de 2 Kg, ver el diagrama siguiente.



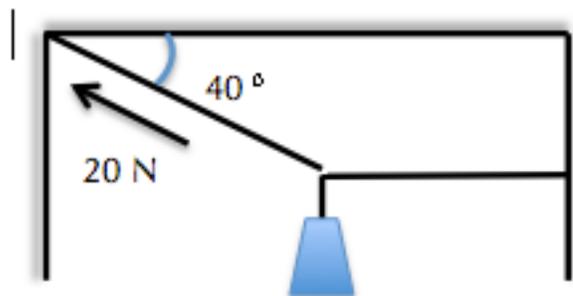
3. En un sube y baja se encuentran jugando dos niños, uno de ellos ejerce un peso de 500 N, mientras que el otro un peso de 450 N, si suponemos que el sube y baja tiene una distancia de 5 metros de largo y pesa 200 N y además sabemos que el niño de 500 N de peso se encuentra sentado a 2 metros del punto de equilibrio del sube y baja, a que distanciase debe de colocar el niño de 450 N de peso para que el sistema quede en equilibrio.

2.5. Autoevaluación

1. Calcular la fuerza F con la que se arrastra una caja de masa igual a 2 Kg sobre un plano horizontal a una aceleración de 0.5 M/s^2 .
2. Calcular la tensión (T) en el cable del sistema de una caja de 1.5 kg sostenida de acuerdo al diagrama (se desprecia el peso del cable).



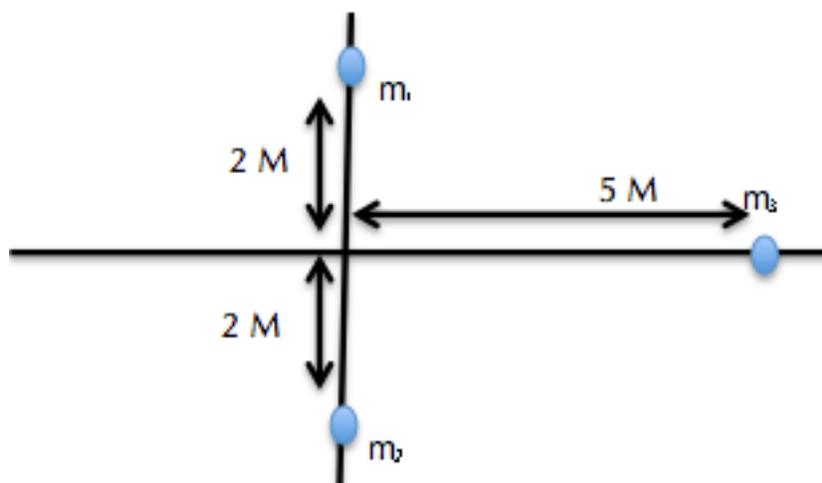
3. Calcular la tensión en el cable y la masa desconocida del sistema en equilibrio



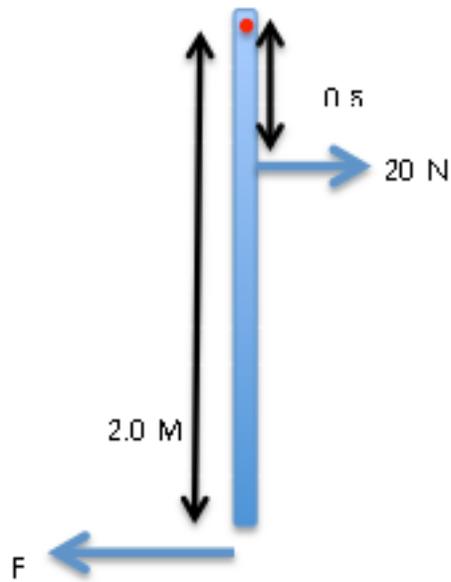
4. Se tiene una barra de 5 metros de largo y masa =20000 N, apoyada en uno de sus extremos y a 4 metros de este; calcular el peso máximo que se puede apoyar en el extremo opuesto a los apoyos sin que gire la barra (según el diagrama)



5. Calcular el centro de gravedad de los siguientes objetos si las masas $m_1 = 2 \text{ Kg}$; $m_2 = 3 \text{ Kg}$ y $m_3 = 2 \text{ Kg}$. Considerando el siguiente grafico:



6. Calcular la fuerza F , que se aplica en el sistema en equilibrio rotacional del siguiente grafico.



Centro de giro

2.6. Soluciones del problemario

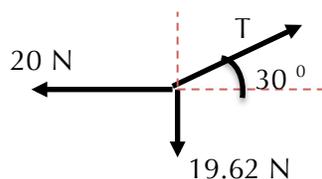
1. Para resolver este problema primero debemos de considerar la fórmula para conocer la Fuerza que de acuerdo a la 2ª ley de Newton

$$F = ma$$

Donde F = Fuerza (Newtons [kg m/s²]), m = masa (Kilogramos) y a = aceleración (m/s²)

$$\text{Despejando } a = \frac{F}{m} = \frac{15 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \text{ Kg}}; \mathbf{a = 3 \text{ m/s}^2}$$

2. Para resolver este problema primero debemos de presentar el diagrama de cuerpo libre



$$W = mg = (2 \text{ Kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 19.62 \text{ N}$$

Sumando todas las fuerzas a lo largo del eje de las x tenemos

$$\sum F(x) = 0; -20 \text{ N} + T \cos(30) = 0; -20 + 0.8660T = 0; Tx = 20/0.8660 = 23.094 \text{ N}$$

Sumando todas las fuerzas a lo largo del eje de las y tenemos

$$\sum F(y) = 0; -19.62 \text{ N} + T \sin(30) = 0; -19.62 + 0.5T = 0; Ty = \frac{19.62}{0.5} = 39.24 \text{ N}$$

Aplicando teorema de Pitágoras

$$T = \sqrt{Tx^2 + Ty^2} = \sqrt{(23.094 \text{ N})^2 + (39.24 \text{ N})^2} = \mathbf{45.167 \text{ N}}$$

3. Para solucionar este problema debemos de comprenderlo.



La primera condición de equilibrio del sistema nos indica que la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el sube y baja debe de ser igual a cero, es decir la suma de los momentos del sistema debe de ser igual a cero.

Así tenemos $M_1 = M_2$; pero como el momento es igual a la masa por la distancia tenemos que;
 $m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0$, haciendo este analisis desde el punto de equilibrio.

$$m_1 x_1 = m_2 x$$

De donde $x = m_1 x_1 / m_2$; = $(500 \text{ N})(2\text{M}) / (450 \text{ N})$ tenemos que la distancia donde debe de colocarse el niño para que el sistema este balanceado es de **2.22 M**

2.7. Soluciones de la autoevaluación

1. 1 N
2. $T = 24.85 \text{ N}$
3. $T = 12.85 \text{ N}$, $m = 1.5617 \text{ Kg}$
4. 30,000 N
5. $X_c = 1.43 \text{ M}$, $Y_c = 0.2857 \text{ M}$
6. 5 N

2.8. Conclusiones

En la búsqueda de explicar los fenómenos naturales muchos científicos han dedicado parte de su vida a observar, tratar de explicar y justificar muchos fenómenos. El encontrar explicaciones que satisfagan la curiosidad humana, que permita mejorar la vida cotidiana, llegar a lugares impensables en otras épocas, ha modificado el pensamiento del ser humano y la historia se ha ido escribiendo a la par de avances científicos y tecnológicos.

Te invitamos a conocer la vida y obra de este y otros científicos, esperando encuentres la inspiración para seguir profundizando en la física, ciencia que día a día brinda nuevas aportaciones.

URL

http://en.wikipedia.org/wiki/Center_of_Grav

<http://theory.uwinnipeg.ca/physics/rot/node2.html#SECTION00810000000000000000>

<http://www.fisicafundamental.net/index.html>

<http://estudiarfisica.wordpress.com>

<http://es.scribd.com/doc/36421033/Soluciones-Fisica-Tipler-Mosca-5a-Edicion-Completo-V1>

Referencias

¹ Iliffe, Robert (2014) The Newton proyect. Universidad of Sussex. Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://www.newtonproject.sussex.ac.uk/prism.php?id=20>

² Iliffe, Robert. "Sir Isaac Newton". The Literary Encyclopedia. First published 14 May 2005 Consulta: 12 de marzo de 2014, de

<http://www.litencyc.com/php/speople.php?rec=true&UID=3331>

³ Newton papers. Cambridge digital library. Consulta: 12 de marzo de 2014, de

<http://cudl.lib.cam.ac.uk/collections/newton>

⁴ Ripley, George (1655) The Marrow of Alchemy. Eirenaeus Philoponos Philalethes Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://es.scribd.com/doc/139913205/THE-MARROW-OF-ALCHEMY-BY-PHILALETES>

⁵ Early Papers Isaac Newton <http://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-ADD-03958/157>

⁶ Isaac Newton(c 1665 - c 1672) The Lawes of Motion MS Add. 3958.5, ff. 81r-83v, Cambridge University Library, Cambridge, UK

⁷ Clifford A. Pickover (2008) De Arquímedes a Hawking. Barcelona: Crítica

⁸Isaac Newton Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. (Cambridge: 1713)

<http://www.newtonproject.sussex.ac.uk/catalogue/record/NATP00072>

⁹ Arrayas Manuel (2007) Electromagnetismo, circuitos y semiconductores. Dykinson [Google Book](#)

¹⁰ Hawking Stephen (2010) A hombros de gigantes. Barcelona: Crítica

Capítulo III: Movimiento en dos dimensiones

Que la ciencia es importante es algo que pocos niegan ya. Muestra de semejante importancia es la frecuencia con la que cualquiera se puede encontrar con todo tipo de términos científicos: electrón, trayectoria orbital, planeta, agujero negro, cromosoma, conjetura matemática, infinito...

Ernst P. Fisher (2006) El gato de Schrödinger en el árbol de Mandelbrot. Barcelona: Crítica

Nota: Este documento contiene integrales y derivadas solo como apoyo para explicar, son descriptoras de la realidad, los cálculos se apoyan en la capacidad matemática para un bachiller que ha cursado álgebra y geometría.

3.1. Componentes del movimiento

La **cinemática** es el estudio y la descripción del movimiento, sin tener en cuenta sus causas que lo originan (las fuerzas). Es un análisis de trayectorias en función del tiempo, involucrando conceptos de velocidad, aceleración y dimensiones espaciales. El espacio y el tiempo para el caso de la física clásica se consideran absolutos.



Fig. 1. Movimiento de alas de mariposa monarca.

Las alas de esta mariposa monarca en los bosques de Michoacán se están moviendo, probablemente puedes pensar en muchos otros ejemplos de cosas en movimiento, basta tan solo mirar a tu alrededor. Si observas algo moverse, tus ojos se moverán. Así que ya sabes por experiencia lo que es el movimiento. No hay duda de que parece un concepto bastante simple. Sin embargo, en este texto descubrirás que no es tan simple como parece.

En la ciencia, el **movimiento** se define como un cambio de posición. La posición de un objeto es su ubicación espacial. Además de las alas de la mariposa en la imagen de apertura, se puede ver otros ejemplos de movimiento en las siguientes figuras. En cada caso, la posición de algo está cambiando.

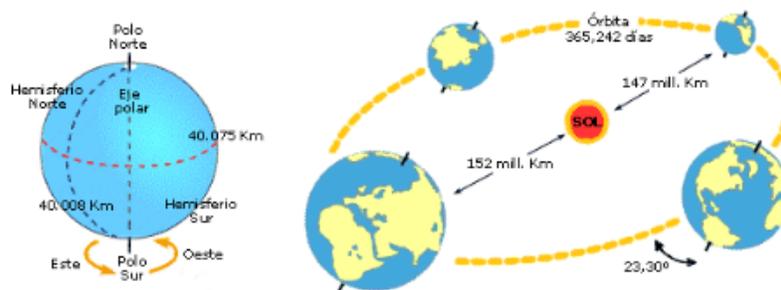


Fig. 2. Movientes.

El automóvil y sus pasajeros están acelerando; nuestro planeta tierra gira sobre su eje y se traslada alrededor del sol a 29.8 km/s ; los bailarines cambian sus posiciones corporales siguiendo la música. Estos ejemplos muestran que la forma en que percibimos el movimiento depende de nuestro marco de referencia. Por **marco de**

referencia nos referimos a algo que no se mueve con respecto a un observador, que se puede utilizar para detectar el movimiento. Para los niños en un autobús, al utilizar otros niños que viajan en el autobús como su marco de referencia, que no parecen estar en movimiento. Pero si se utilizan objetos fuera del autobús como su marco de referencia, se puede decir que se están moviendo. El video en el enlace de abajo ilustra otros ejemplos de cómo el marco de referencia está relacionado con el movimiento. Para reflexionar sobre los sistemas de referencia, ingrese la siguiente URL en su navegador de Internet:

http://www.amnh.org/learn/pd/physical_science/week2/frame_reference.html

previamente instale el <http://get.adobe.com/es/shockwave/> .

(<https://www.youtube.com/watch?v=7jBCZh-6lWg>

<https://www.youtube.com/watch?v=uiQ7r0VkJAgU>).

El tiempo como tictac de un reloj. Es el inexorable paso de una cantidad no recuperable, esos momentos preciosos que fluyen como instantes lejos de la voluntad y los límites de nuestra existencia, es ese algo que en el vuelo de la música que expone la espera de un devenir pasado por silencio y sonido, es la memoria de ese poeta llamado Octavio Paz en la opinión de un lector 100 años después en 2014, es ese viajero del tiempo que somos forzados a ir en una dirección narrativa. El tiempo nos expresa dónde estamos, hacia donde vamos. Solo cuando percibimos el tiempo percibimos la velocidad, la aceleración, las fuerzas y el movimiento. El tiempo marca el nacimiento de un niño, del universo, el final de nuestras vidas; el periodo para alcanzar el estado de equilibrio de un sistema en desorden y sin saber si habrá un final para los tiempos de nuestro universo, estamos seguros que el tiempo en esta lectura, hay valor en la reflexión, como el verdadero tiempo que importa a la conciencia de hombres de materia, células y código ADN.

El tiempo narrativo dice Vargas Llosa:

Lo primero que hace, ahora, es desvelar el misterio del momento en que un libro lo hechiza: “¡Depende del género!”, aclara. “En la poesía la clave está en los primeros versos. Si no son buenos, difícilmente remontará y el lector se va cavando su tiempo. En la novela, en cambio, eso puede **retrasarse** y no siempre las primeras páginas guardan la maravilla que puede venir. Por eso, de alguna manera, entiendo a Gide cuando rechazó publicar ***En busca del tiempo perdido***, de Proust, lo que lo llevaría a arrepentirse toda la vida. Hay otras novelas que desde las primeras palabras te capturan, como *Cien años de soledad* con ese comienzo extraordinario; o *Moby Dick*, con ese ‘Digamos que me llamo Ismael’, tan enigmático; o *El Quijote* con ‘En un lugar de La Mancha de cuyo...’ con su misterio y musicalidad. Como decía Borges, lo que no es excelente no es poesía, por eso me dediqué a la novela...”.¹

3.2. El tiempo es esa referencia de cambio infinitesimal

Si digo que mi hijo nació en el hospital de la Salud, Morelia Michoacán, sabrá dónde en el espacio ocurrió este milagroso evento donde se llevó a cabo una transformación de la realidad. Lo más probable, sin embargo, es que Usted considere que la información es incompleta hasta que yo añada que nació a las 7:59 am del 7 de junio de 1997, de acuerdo con el reloj en la pared de la sala de parto. Eso es solo un ejemplo de la importancia del tiempo en nuestras vidas. Sirve como un enlace a todo en nuestro mundo, no importa lo que pase, y cuando esto sucede, siempre podemos relacionarlo con cualquier otra cosa en el momento en que se produjo.

Desde la antigüedad, los seres humanos han entendido la relación entre el tiempo y el movimiento. Si camino desde un extremo de Morelia al otro, ya sé que estoy caminando más rápido si me tomo menos tiempo para llegar allí. Los primeros esfuerzos de la humanidad para medir y marcar el tiempo vinieron del concepto de movimiento, en una escala mayor: la del Sol, la Luna, los planetas y estrellas que se mueven en el cielo. Sin la herramienta observacional moderna, a simple vista, nuestros antepasados observaban viajar el Sol a través del cielo de este a oeste cada día. También vieron el Sol reemplazado cada noche por las estrellas, que se movían en la misma dirección, todas aparentemente giran alrededor de un solo punto en el cielo del norte. Al rastrear sus posiciones para cientos, y luego miles de días, estos primeros astrónomos descubrieron que el Sol y las estrellas siguieron caminos predecibles que cambian en ciclos repetitivos. Cuando ellos también se dieron cuenta de que esos ciclos que coinciden con las estaciones podían planificar su vida alrededor de ellos. Cuando ciertos patrones de estrellas aparecieron exactamente al atardecer o amanecer, sabían acerca de cuánto tiempo duraría la luz del día, ¿cómo lo caliente o frío que sería el tiempo climático, y cuántos más días se quedaría de esa manera. Con esta conciencia del paso del tiempo, los antiguos crearon sociedades y comunidades agrícolas, que luego se convirtieron en civilizaciones como la Maya, la Purépecha y la Occidental. Así nació el calendario, y la idea del año. Calendario de continua importancia de la agenda en el mundo que hoy es testigo de la labor de los primeros observadores de la cúpula celeste.

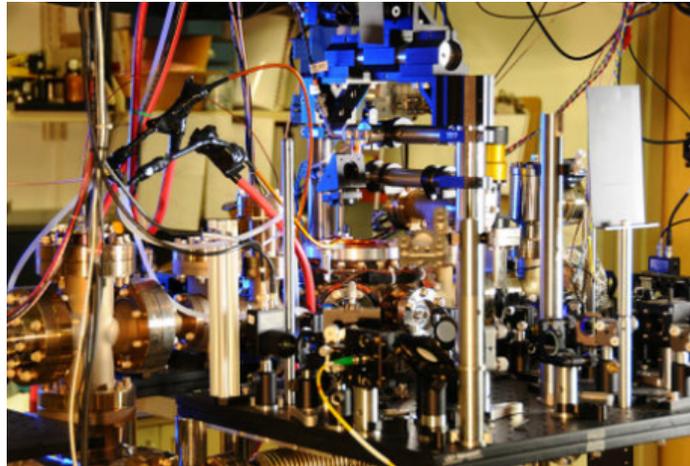


Fig. 3. Reloj atómico mexicano (Investigadores del Centro Nacional de Metrología (CENAM), ubicado en Querétaro <https://www.youtube.com/watch?v=yc7Tqt1wwKA>)

Gracias a la tecnología de los relojes modernos, el conocimiento de los patrones de las estrellas de temporada, una vez tan necesario para la supervivencia humana, se ha relegado a la condición de una afición útil. La capacidad de la humanidad para mantener la hora exacta, es una larga historia. Cuando Isaac Newton elaboró sus ideas sobre la velocidad y la fuerza, todo lo cual dependía del tiempo como clave, los primeros relojes de péndulo relativamente fueron recientemente construidos, y fueron capaces de mantener la hora con una precisión de alrededor de un minuto para la referencia al día. Relojes en edificios y relojes portátiles eran 10 veces menos precisos. A mediados del siglo XVIII, cuando el ingeniero británico John Harrison diseñó un cronómetro marino que podría mantener la hora con una precisión de un segundo por día, claro que los relojes no son útiles en absoluto para la navegación. Hoy en día, se fabrican muchos y mejores relojes, como los atómicos; midiendo la resonancia de frecuencias, se puede ordenar como "vibraciones" atómicas causadas por la absorción y emisión de luz de cesio cuidadosamente procesado, rubidio, u otros átomos, se puede ahora medir el paso del tiempo con una precisión de 0.00000003 segundo por año. Como el caso del reloj atómico mexicano que da la hora oficial en los Estados Unidos Mexicanos (http://www.cenam.mx/hora_oficial/).

3.3. Pero ... el tiempo no es una muy buena referencia

La dificultad que hemos tenido históricamente en medir el tiempo con precisión relevante es una gran ironía: a pesar de su importancia como referente en nuestras vidas modernas y en la historia, la percepción del tiempo de un ser humano es tremendamente subjetiva y temblorosamente inconsistente. Los psicólogos hablan de "tiempo fenomenológico", que pasa rápidamente o lentamente sobre la base de lo que vivimos, cómo estamos pensando y sintiendo lo que vivimos a través de la experiencia, y lo que recordamos después de la experiencia que ha terminado. Así el tiempo fenomenológico vuela cuando uno se divierte, y arrastra su pesadez cuando por ejemplo vivimos la tediosa burocracia administrativa. Otros sociólogos explican que el tiempo es un recurso que todos asignamos, eficaz o no, a las cosas que nos importan y queremos alcanzar. Y otros interpretan a su vez, no como una serie lineal de eventos (monoclinico), sino como numerosos flujos de eventos que fluyen en paralelo (policlinica). Es por eso que, por ejemplo, un "minuto de Morelia" puede ir más rápido que cualquier otro en tiempo en que no somos conscientes de su valor. Por último, están los que sintetizan todas estas ideas y llegan a construcciones tales como el "tiempo cíclico", "tiempo helicoidal", y muchas más topologías cronológicas como dilatación del tiempo, tiempo subordinado por zonas, tiempo real, diacrónicos, sincrónicos, cronológicos.²

Nuestras experiencias humanas implican que el paso del tiempo es una forma imperfecta de anclar nuestras vidas y calibrar nuestra historia. Por otra parte, las bases astronómicas y físicas de tiempo de medición a la Tierra girando sobre su eje, la órbita de la Luna, la órbita de la Tierra alrededor del Sol son algo más complejo - estancia, para cualquier necesidad humana práctica, constante e inquebrantable-. Así que para poner todos nuestros relojes individuales en una referencia común, hemos aprendido a confiar en relojes más o menos idénticos, que se definen por

convención mundial y sobre la base de ambos movimientos macroscópicos y microscópicos: giros y las órbitas de la Tierra, subdivididos utilizando resonancias atómicas. Es el horario mundial tan socorrido para la actividad global, URL http://24timezones.com/reloj_hora_exacta.php; es llamado tiempo universal coordinado UTC, referido en términos de relojes atómicos, y ya no en términos del meridiano de Greenwich GMT. El reloj de la hora Internet BMT se emplea para sincronizar las computadoras con ayuda de servidores de tiempo del protocolo simple de tiempo SNTP (Network Time Protocol) que emplea el algoritmo de Marzullo y el de Lamport. En un ordenador el tiempo se calcula con el apoyo de un oscilador de cuarzo, es decir, en términos de su frecuencia, sin embargo, no es algo fácil sincronizar todas las máquinas de la red de cómputo internacional.³

La noción de tiempo fijo, o absoluto, por lo tanto habita en nuestro desarrollo, el tiempo es un problema de nuestra propia tecnología. El reto fundamental de entender el tiempo en el universo surge de la necesidad social de la humanidad para sincronizar los esfuerzos y experiencias de las personas, con el fin de producir resultados que ningún individuo puede producir por sí solo. Esta fuerza motriz fundamental de la sociedad - para llegar a tiempo- había sido ya arraigada en la psique humana durante miles de años, cuando Albert Einstein propuso su nuevo modelo para el tiempo en 1905, en su mente luchó con la idea de que el tiempo realmente no es absoluto, descubre que es flexible, maleable y deformable, tal vez no deberíamos ser demasiado duros con nosotros mismos al aprender este concepto.

3.4. El tiempo es una dimensión

Cuando Albert Einstein irrumpió en la escena científica en 1905, anuló por completo nuestro concepto del tiempo. A finales del siglo XIX, uno de los objetivos más importantes de la investigación en las ciencias físicas fue entender las medidas de interferometría de Michelson y Morley. Este experimento demostró que el movimiento de la luz no sigue las leyes del movimiento fundadas en la época de Newton. ¿Qué estaba mal con la teoría existente que hizo que el comportamiento de luz se conceptualizara de forma diferente de lo esperado?

Una posibilidad, de que los objetos cambien su longitud en función de cómo se están moviendo, desafió el sentido mismo de la velocidad, o la velocidad de movimiento a través del espacio. Como la velocidad se mide en un intervalo de distancia dividida por un intervalo de tiempo (por ejemplo, a una milla por hora o un metro por segundo), la naturaleza del tiempo se convirtió en parte de la discusión. Si la longitud podría cambiar con el movimiento, ¿el tiempo podría hacer lo mismo?

En su primer documento histórico sobre la relatividad, Einstein explicó que cualquier medida de la longitud o el tiempo depende del movimiento, tanto del "medidor" y el "mensurando." Bueno, si la longitud cambia cuando se mueve, y el tiempo cambia cuando se mueve, entonces es natural considerar la longitud y el tiempo para ser el mismo tipo de construcción física. Eso significa que el tiempo es una dimensión, de la misma forma en que la longitud, la anchura, y la altura son dimensiones. -Están vinculados espacio y tiempo, están íntimamente unidos, no somos criaturas tridimensionales que ocupan espacio, somos criaturas de cuatro dimensiones que ocupan espacio-tiempo. El tiempo es la cuarta dimensión.

Einstein cimentó la idea del tiempo como una dimensión cuando desarrolló la Teoría General de la Relatividad. Aún así, casi un siglo después de su confirmación científica, el concepto se siente extranjero. Por un lado, ya que podemos cambiar las velocidades a medida que viajamos por el espacio, si el tiempo es una dimensión, entonces debemos ser capaces de cambiar las velocidades a medida que avanzamos en el tiempo, ¿verdad? bueno, podemos- y por extraño que pueda parecer, es el punto clave para recordar cuando pensamos en el tiempo, el movimiento y el significado de la relatividad.

3.5. Posición, distancia y desplazamiento

Con el fin de estudiar la forma en que algo se mueve, debemos saber dónde está. Esta ubicación es la **posición** de un objeto. Para visualizar la posición de los objetos en movimiento en línea recta, se puede imaginar que el objeto está en una recta numérica. Se puede colocar en cualquier punto de la recta numérica en los números positivos o los números negativos. Es común para elegir la posición original del objeto estar en la marca cero. Al hacer la marca en el cero, el punto de referencia que se ha elegido es un marco de referencia en el origen. La posición exacta de un objeto es la separación entre el objeto y el punto de referencia.

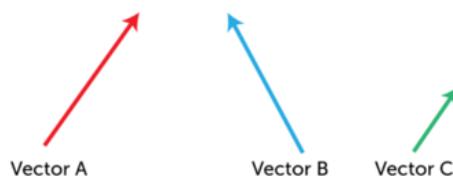
Cuando un objeto se mueve, a menudo nos referimos a la cantidad que varía, esa que se mueve, como la distancia. La **distancia** no necesita un punto de referencia y no necesita una dirección. Si un automóvil se desplaza 70 kilómetros, la distancia recorrida es de 70 kilómetros sin tener en cuenta el punto de partida o de la dirección del movimiento. Si queremos encontrar la posición final del automóvil, sin embargo, debemos tener la distancia recorrida y dirección para determinar la posición final, es decir, necesitamos conocer el punto de partida y la dirección del movimiento. El cambio de la posición del objeto se llama desplazamiento, este, debe incluir una dirección, porque la posición final puede ser, ya sea en la dirección positiva o negativa a lo largo de la línea numérica de la posición inicial. El desplazamiento es una magnitud vectorial y los vectores ya los discutimos en el capítulo I.

En conclusión, la longitud recorrida por un objeto en movimiento en cualquier dirección, o incluso que cambia de dirección se llama distancia. La ubicación de un objeto en un marco de referencia se denomina posición. Para el movimiento en línea recta, las posiciones se pueden mostrar usando una recta numérica. La separación entre la posición original y final se llama desplazamiento.

3.6. Velocidad y dirección

La velocidad te dice la **rapidez** con que se mueve un objeto, la rapidez es un escalar. La rapidez no te dice la dirección en que se mueve el objeto. La **velocidad** es un vector, incluye rapidez y dirección a la vez. Un vector es la medición, incluye tanto la magnitud y la dirección. Los vectores a menudo son representados por segmentos de rectas con flechas en un espacio geométrico. Cuando se utiliza el vector para representar la velocidad, la longitud representa la rapidez y el ángulo del mismo es la dirección.

Los objetos tienen la misma velocidad solo si se están moviendo a la misma rapidez y en la misma dirección. Objetos que se mueven con diferente rapidez, en diferentes direcciones, o ambos tienen diferentes velocidades. Observe de nuevo las flechas A y B de la figura siguiente, representan objetos que tienen diferentes velocidades sólo porque se están moviendo en diferentes direcciones. A y C representan los objetos que tienen diferentes velocidades solo porque se mueven con rapidez diferente. Objetos representados por B y C tienen diferentes velocidades, ya que se mueven en diferentes direcciones y diferente rapidez. La rapidez instantánea, es el movimiento en un instante, si unimos el concepto a la de dirección, esta será una velocidad instantánea. Cuando una partícula se mueve con rapidez constante la aceleración es cero.



Las unidades de la rapidez son m/s; cm/año; km/h; ft/s; mi/s.

Se puede calcular la **velocidad media** de un objeto en movimiento que no está cambiando de dirección al dividir la distancia que el objeto viaja por el tiempo que se tarda en recorrer esa distancia. Usted podría utilizar esta fórmula:

$$velocidad = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta \text{desplazamiento}}{\text{tiempo}} = m/s$$

$$velocidad = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

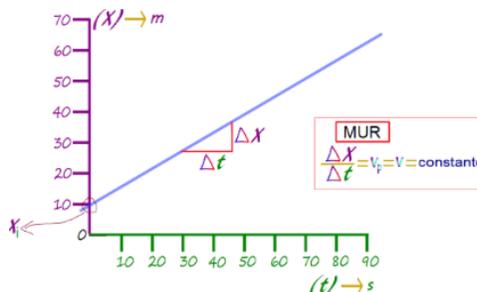
Esta es la misma fórmula que se utiliza para el cálculo de la velocidad media, representa la velocidad solo si la respuesta incluye también la dirección en la que el objeto está viajando. Por ejemplo, una bicicleta se desplaza a 40 metros en 20 segundos antes de que pare. La velocidad de la bicicleta es:

$$\bar{v} = \frac{d}{t} = \frac{40m}{20s} = 2 \text{ m/s } \text{ norte}$$

donde **d** es distancia, **t** el tiempo, \bar{v} es la velocidad media.

La norma de la **velocidad media** de un cuerpo es igual a la distancia total entre el tiempo total. La norma de la velocidad media es mayor que la velocidad media porque la distancia total recorrida es mayor en un desplazamiento total.

La **velocidad instantánea** de un objeto es la velocidad del objeto en un momento dado. Si el objeto se está moviendo con rapidez constante, entonces la velocidad instantánea en cada momento es la velocidad media, es decir, la pendiente es la velocidad promedio, que para el caso de una recta de trayectoria será constante.



$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Es la pendiente de la curva $x(t)$.

Esta última expresión es la velocidad instantánea cuando el tiempo tiende infinitesimalmente a cero. Quizás se pregunte como puede haber velocidad en una partícula en un instante si no hay desplazamiento, recuerde por la definición de la derivada, cada punto de la curva es en realidad un

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

que pertenece a un polígono regular de n número de lados: círculo.

La **velocidad relativa** se calcula como la variación de velocidad observada desde un marco de referencia respecto a otro marco de referencia. Si usted viaja por la avenida acueducto en Morelia en una combi a 40km/h (V_a) todos los ocupantes viajan también a esa velocidad respecto del marco de referencia **C**. Respecto de una persona que caminó a 1km/h (V_b) con marco de referencia **C** paralelamente al movimiento de la combi. Los observadores A y B por un tercer observador en marco de referencia **C** sentados en una banca, ve la velocidad relativa de V_a y V_b respectivamente, V_{ab} definida por:

$$v_{ba} = v_b - v_a$$

Esta velocidad relativa es válida para cuando las V_a y V_b son relativamente muy bajas respecto de la velocidad de la luz. Einstein con el empleo de las transformadas de Lorentz descubre que a velocidades de la luz esta expresión es errónea.

3.7. Movimiento acelerado

Para el **movimiento acelerado** (la velocidad está en constante cambio), la posición frente al gráfico de tiempo será una línea curva. La pendiente de la línea curva en cualquier punto es la velocidad instantánea en ese momento. Si estuviéramos calculando la aceleración media, esta será el cambio de la velocidad instantánea en un intervalo de tiempo particular

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

dada en m/s^2 . La aceleración instantánea será entonces

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Es decir, es la pendiente a la curva $v(t)$.

Ejemplo 1: Un coche acelera a lo largo de una carretera recta desde el reposo hasta 100 km / h en 5 s ¿Cuál es la magnitud de su aceleración media?

Solución:

La aceleración de este problema se lee como kilómetros por hora por segundo. En este caso, es deseable tener **m** y segundos. Para eliminar este problema, convertimos las unidades de horas a segundos. La conversión de los originales 100 km/h a m/s, da 27.78 m/s.

$$a_m = \frac{27.78m/s}{5s} = 20m/s^2$$

Ejemplo 2: Un automóvil se está moviendo a lo largo de una carretera recta en la dirección positiva y el conductor pisa el freno. Si la velocidad inicial es 45 m/s y 7 s, se requiere que se reduzca a 5 m/s, ¿cuál fue la desaceleración del automóvil?

Solución:

$$a_m = \frac{40 \text{ m/s}}{7 \text{ s}} = 5.71 \text{ m/s}^2$$

Tenga en cuenta que una aceleración no es más que un cambio en la velocidad. Este cambio puede ser positivo o negativo. Un cambio negativo, tal como que en el ejemplo anterior, se denomina a veces la aceleración negativa o desaceleración.

Aceleración uniforme. La aceleración que no cambia con el tiempo se llama uniforme o aceleración constante, no cambia en módulo. La velocidad en el comienzo del intervalo de tiempo se llama velocidad inicial, V_i , y la velocidad al final del intervalo de tiempo se llama velocidad final, V_f . En un gráfico de velocidad vs tiempo para la aceleración uniforme, la pendiente de la línea es la aceleración. Con la aceleración media de una partícula, podemos determinar cuánto cambiará la velocidad en un tiempo

$$\Delta v = a \times t$$

Si la partícula ya tenía una velocidad inicial, su velocidad final al cabo de un tiempo t , se calcula sumando el incremento o reducción de cambio de la velocidad al valor inicial.

$$v_f = v_i + \Delta v$$

$$\Delta v = a \times t$$

$$v_f = v_i + (a \times t)$$

$$v_f = v_i + at$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

Desplazamiento durante la aceleración constante. Cuando la aceleración es constante, hay tres ecuaciones que relacionan el desplazamiento de dos de las otras tres cantidades que usamos para describir el movimiento tiempo, velocidad, y aceleración. Estas ecuaciones solo funcionan cuando la aceleración es constante, pero hay, por suerte, un buen número de casos de movimiento donde la aceleración es constante. Uno de los más comunes, si ignoramos la resistencia del aire, son los objetos que caen, debido a la gravedad.

Cuando un objeto se mueve con velocidad constante, el desplazamiento se puede encontrar multiplicando la velocidad por el intervalo de tiempo, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$d = vt$$

Si la partícula se mueve con aceleración constante, pero no a una velocidad constante, podemos utilizar una derivación de esta ecuación. En lugar de utilizar v , como la velocidad, debemos calcular y usar la velocidad media usando esta ecuación:

$$v_m = \frac{1}{2}(v_f + v_i)$$

La distancia para acelerar de manera uniforme el movimiento se puede encontrar multiplicando la velocidad media por el tiempo.

$$d = \frac{1}{2}(v_f + v_i)t \quad (\text{Ec. 1})$$

Sabemos que la velocidad final para el movimiento constantemente acelerado se puede encontrar multiplicando el tiempo de tiempos de aceleración y añadiendo el resultado a la velocidad inicial,

$$v_f = v_i + at$$

La segunda ecuación que relaciona el desplazamiento, tiempo, velocidad inicial, y velocidad final se genera mediante la sustitución de esta ecuación en la ecuación 1.

$$d = \frac{1}{2}(v_f + v_i)t = \frac{1}{2}v_f t + \frac{1}{2}v_i t$$

Sabemos que

$$v_f = v_i + at$$

Por lo tanto:

$$d = \frac{1}{2}v_i t + \frac{1}{2}t(v_i + at)$$

$$d = \frac{1}{2}v_i t + \frac{1}{2}v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{Ec.2})$$

Si resolvemos la primera ecuación y la sustituimos en la segunda:

$$d = \frac{1}{2} (v_f + v_i) \left(\frac{v_f - v_i}{a} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{a} \right)$$

Así que para v_f :

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \quad (\text{Ec. 3})$$

Toma en cuenta que estas tres ecuaciones son válidas solo cuando la aceleración es constante. En muchos casos, la velocidad inicial se puede ajustar a cero y se simplifican las tres ecuaciones considerablemente. Cuando la aceleración es constante y la velocidad inicial es cero, las ecuaciones pueden simplificarse a:

$$d = \frac{1}{2} v_f t$$

$$d = \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_f^2 = 2ad$$

Ejemplo 3: Si un automóvil con una velocidad de 5.0 m/s acelera a razón de 8.0 m/s² durante 2.5 s, ¿cuál es la velocidad final?

Solución:

$$v_f = v_i + at = 5 \text{ m/s} + (8 \text{ m/s}^2)(2.5 \text{ s}) = 25 \text{ m/s}$$

Ejemplo 4: Si un carro frena de 27.0 m/s con una aceleración de -4.0 m/s^2 , ¿cuánto tiempo se requiere para llegar a 7 m/s?

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{7 \text{ m/s} - 27 \text{ m/s}}{-4 \text{ m/s}^2} = 5 \text{ s}$$

Ejemplo 5: Calcule el tiempo para una velocidad de 7.5 m/s y una distancia recorrida de 78 m.

Solución:

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$t = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{78 \text{ m}}{7.5 \text{ m/s}} = 10.4 \text{ s}$$

Ejemplo 6: Calcule el tiempo para una aceleración de 23 m/s^2 , una velocidad inicial de 12 m/s y una distancia de 45 m.

Solución:

Debemos primeramente despejar el tiempo de

$$d = v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

Despeje:

Para el despeje podemos apoyarnos en WolframAlpha



$d = vt + \frac{1}{2}at^2$ for t



Examples Random

$$t = \frac{1}{23}(-12 + 9\sqrt{11})s = 0.776071s$$

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{at^2}{2} + tv = d \quad \text{por} \quad \frac{2}{a}$$

$$t^2 + \frac{2tv}{a} = \frac{2d}{a} \quad \text{completando cuadrado}$$

$$t^2 + \frac{2tv}{a} + \frac{v^2}{a^2} = \frac{2d}{a} + \frac{v^2}{a^2}$$

$$\left(t + \frac{v}{a}\right)^2 = \frac{2d}{a} + \frac{v^2}{a^2}$$

$$t + \frac{v}{a} = \sqrt{\frac{2d}{a} + \frac{v^2}{a^2}}$$

$$t = -\frac{v}{a} + \sqrt{\frac{2d}{a} + \frac{v^2}{a^2}}$$

$$t = -\frac{v}{a} + \sqrt{\frac{2ad + v^2}{a^2}} = -\frac{v}{a} + \frac{\sqrt{2ad + v^2}}{a}$$

$$t = \frac{-v + \sqrt{2ad + v^2}}{a}$$

$$t = \frac{-(12m/s) + \sqrt{2(23m/s^2)(45m) + (12m/s)^2}}{23m/s^2}$$

$$t = 1.524s$$

Ejemplo 7: Calcule el tiempo para una aceleración de 145 m/s^2 , una velocidad inicial de 13 m/s y una velocidad final de 67 m/s .

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f - v_i = at$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{67 \text{ m/s} - 13 \text{ m/s}}{145 \text{ m/s}^2} = 0.3724 \text{ s}$$

Ejemplo 8: Calcule la desaceleración de una partícula con 34 m/s de velocidad inicial, se desplaza una distancia de 21 m en 8 s .

Solución:

$$d = v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\frac{1}{2} at^2 = d - v_i t$$

$$at^2 = 2d - v_i t$$

$$a = \frac{2d}{t^2} - \frac{v_i}{t} = \frac{2(21 \text{ m})}{(8 \text{ s})^2} - \frac{34 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = -7.844 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 9: Calcule la aceleración de una partícula con 6 m/s de velocidad inicial, con 7 m/s de velocidad final y se desplaza una distancia de 8 m .

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$2ad = v_f^2 - v_i^2$$

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} = \frac{(7 \text{ m/s})^2 - (6 \text{ m/s})^2}{2(8 \text{ m})} = 0.8125 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 10: Calcule la aceleración de una partícula con 23 m/s de velocidad inicial, con 48 m/s de velocidad final y 13 s.

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{48m/s - 23m/s}{13s} = 1.923m/s^2$$

Ejemplo 11: Calcule la velocidad final de una partícula con aceleración de 89m/s², velocidad inicial de 37 m/s y un tiempo de 6s.

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f = (37m/s) + (89m/s^2)(6s) = 571m/s = 2056km/h$$

Ejemplo 12: Calcule la velocidad final de una partícula con aceleración de 12m/s², velocidad inicial de 8m/s y distancia de 30m.

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2ad} = \sqrt{(8m/s)^2 + 2(12m/s^2)(30m)} = 28m/s$$

Ejemplo 13: Calcule la velocidad inicial de una partícula con aceleración de 4m/s², velocidad final de 58m/s y un tiempo de 11 s.

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$-v_i = -v_f + at$$

$$v_i = v_f - at = 58m/s - (4m/s^2)(11s) = 14m/s$$

Ejemplo 14: Calcule la velocidad inicial de una partícula con aceleración de $7m/s^2$, una distancia de 150 m y un tiempo de 3 s.

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + ad$$

$$v_i = \sqrt{v_f^2 - ad} = \sqrt{(178m/s)^2 - (7m/s^2)(97m)} = 174.1m/s$$

Ejemplo 15: Calcule la velocidad inicial de una partícula con aceleración de $3 m/s^2$, velocidad final de m/s y una distancia de $100m/s$

Solución:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$$

$$v_i = \frac{d}{t} - \frac{at}{2} = \frac{150m}{3s} - \frac{3m/s^2(3s)}{2} = 45.5m/s$$

Ejemplo 16: Calcule la velocidad media en km/h para un movimiento de una partícula de $5m$ en $10s$.

Solución:

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{d}{t} = \frac{5m}{10s} = 1.8km/h$$

Ejemplo 17: Calcule la distancia de una partícula con velocidad de 20 m/s en 10s

Solución:

$$d = vt$$

$$d = (20m/s)(10s) = 200m$$

Ejemplo 18: Calcule la distancia de una partícula con aceleración de $5m/s^2$, velocidad inicial de 4m/s y un tiempo de 8 s.

Solución:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$$

$$d = \frac{1}{2}(5m/s^2)(8s)^2 + (4m/s)(8s) = 192m$$

Ejemplo 18: Calcule la distancia de una partícula con aceleración de $4m/s^2$, velocidad inicial de 0 m/s y una velocidad final de 7 m/s.

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + ad$$

$$d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{a} = \frac{(7m/s)^2 - (0m/s)^2}{4m/s^2} = 6.125m$$

Ejemplo 19: Calcule el momento de una masa de 157kg con velocidad de 15m/s.

Solución:

$$\rho = mv$$

$$\rho = (157kg)(15m/s) = 2355kg\ m/s$$

3.8. Cálculo de la caída libre

Un problema clásico de movimiento uniformemente acelerado es la caída vertical a la tierra de un objeto debido a la gravedad, es común ignorar la resistencia del aire; de acuerdo con Galileo Galilei es aquel que, partiendo del reposo, adquiere, en tiempos iguales, iguales incrementos de rapidez⁴:

“Si un móvil cae, partiendo del reposo, con un movimiento uniformemente acelerado, los espacios por los recorridos en cualquier tiempo que sea están entre sí como el cuadrado de la proporción entre los tiempos, o lo que es lo mismo, como los cuadrados de los tiempos”.

Llamamos a esta aceleración la gravedad en la tierra y le damos el símbolo **g**. El valor de **g** es 9.80 m/s² en la dirección hacia abajo. Todas las ecuaciones que implican una aceleración constante se pueden utilizar para los cuerpos que caen, donde **g** sustituye a “**a**”. Considérese la distancia de bajada como positiva.

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{para caída libre la velocidad inicial es cero } g=a$$

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

Ejemplo 20: Calcule el desplazamiento de una roca que se deja caer de un risco de 400 m, para 1 s, 2 s y 8 s después.

Solución: Estamos en busca del desplazamiento, tenemos tiempo y aceleración. Por lo tanto, podemos utilizar

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

Desplazamiento después de 1s:

$$d = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}(9.80m/s^2)(1s)^2 = 4.90m$$

Desplazamiento después de 2s:

$$d = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}(9.80m/s^2)(2s)^2 = 19.6m$$

Desplazamiento después de 8s:

$$d = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}(9.80m/s^2)(8s)^2 = 313.9m$$

Para calcular la gravedad es indispensable introducir la constante gravitacional universal que aparece en la ley de gravedad de Newton, es calculada como la fuerza de atracción gravitacional producida entre dos objetos de un kg separados un metro de distancia.

$$G = 6.673 \times 10^{-11} m^3 / s^2 kg$$

Tenga presente que la gravitación es una propiedad de atracción de los cuerpos materiales, es una de las cinco fuerzas del universo y de acuerdo con la ley gravitacional de Newton

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

donde d es la distancia entre las masas m_1 y m_2 .

Si una de las masas es mucho más grande que la otra, es conveniente definir un campo gravitatorio alrededor de la masa más grande de la siguiente manera:

$$g = \frac{Gm}{d^2}$$

donde m es la masa del cuerpo más grande, y \mathbf{r} es un vector unitario dirigido desde la gran masa a la masa más pequeña, d es el radio de la masa. El signo indica que la fuerza, es una fuerza de atracción. Si la masa de la tierra es de $m=5.9721986 \times 10^{24}$ kg y el radio $d=6367.5$ km, g en la superficie de la tierra (nivel del mar) es de:

$$g = \frac{Gm}{d^2} = 9.831 \text{ m/s}^2$$

Para calcular la aceleración gravitacional o simplemente gravedad a diferentes alturas sobre el nivel del mar:

$$g = \frac{Gm}{(d+h)^2}$$

Morelia se encuentra 1.921 km sobre el nivel del mar, para esta altura calculemos la gravedad g :

$$g = \frac{G(5.9721986 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6367.5 \text{ km} + (1921 \text{ m}))^2} = 9.824 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 21: Calcule la aceleración gravitacional a nivel de la Ciudad de México (2240 m sobre el nivel del mar).

Solución:

$$g = \frac{G(5.9721986 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6367.5 \text{ km} + (2240 \text{ m}))^2} = 9.824 \text{ m/s}^2$$

3.9. Tiro vertical

Si lanzamos un objeto hacia arriba a una velocidad inicial de escape, es la velocidad mínima con la que un cuerpo debe lanzarse para que escape a la atracción gravitacional de la tierra. Para calcular la velocidad de escape formulamos la suma de las energías cinética y potencial:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{R} \quad \text{o} \quad mgh$$

donde **R** es la distancia entre la partícula y el centro del Planeta Tierra; **G** es la constante de gravitación universal; **M** la masa de la tierra y **m** la masa de la partícula; **h** la altura; **g** la gravedad. *Energía potencial gravitatoria de una masa m en un punto del espacio es el trabajo que realiza el campo gravitatorio para trasladar la masa m desde dicho punto hasta el infinito.*

$$E_c = E_p$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M \cdot m}{R} = 0$$

$$v^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} =$$

Por tanto, la velocidad de escape V_e :

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11.19 \text{ km/s} \quad \text{o} \quad 40280 \text{ km/h}$$

Ejemplo 22: Calcule el lanzamiento vertical de una pelota con velocidad inicial de 34 m/s y su velocidad final es 0 m/s, con aceleración gravitacional de -9.80m/s^2 . ¿qué tan alto va a ir antes de detenerse? y ¿cuál es el tiempo antes de volver la mano del lanzador?

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + ad$$
$$d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{-(34\text{m/s})^2}{2(-9.80\text{m/s}^2)} = 58.97\text{m}$$

Para calcular el tiempo, obtenemos la velocidad media es al mitad de la velocidad inicial, es decir de 17 m/s y como conocemos la distancia de 58.97 m

$$t = \frac{d}{v} = \frac{58.97\text{m}}{17\text{m/s}} = 3.4\text{s}$$

3.10. Representación gráfica

Desplazamiento – tiempo

Para un gráfico de la posición en función del tiempo. La pendiente es el cambio de posición respecto del tiempo, donde el aumento es el desplazamiento, por lo tanto

$$Pendiente = velocidad = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Ver:

<https://www.youtube.com/watch?v=F2phFPswFDE>

https://www.youtube.com/watch?v=rbnq--Gyhk8#aid=P8ioJ9_skpg

Velocidad – tiempo

Para un gráfico de la velocidad en función del tiempo. La pendiente es cambio de velocidad en el tiempo, donde el aumento es el cambio en aceleración en el desplazamiento en el tiempo, por lo tanto,

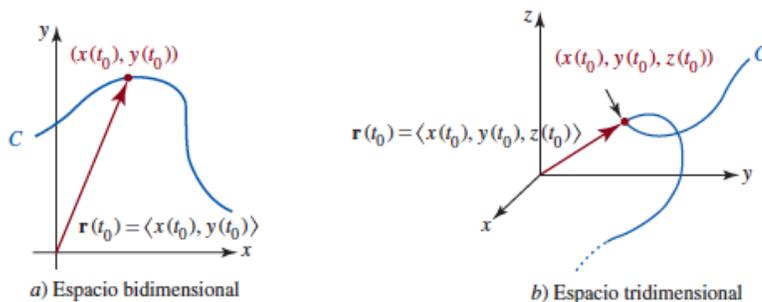
$$Pendiente = aceleración = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Ver:

<https://www.youtube.com/watch?v=bFHLwNZVZl0>

3.11. Determinar el movimiento en tres dimensiones

Para trabajar con problemas de movimiento en dos o tres dimensiones, es necesario traer aquí los conocimientos de vectores aprendidos en el capítulo uno del presente curso, así como emplear las ecuaciones de movimiento en términos de funciones vectoriales de desplazamiento, velocidad y aceleración.



Nuestro análisis comienza con el movimiento de proyectiles en dos y tres dimensiones, en la sección anterior analizámos el movimiento en una dimensión. Es el que ocurre a lo largo de una línea recta, solo requerimos una coordenada en x o en y en caso de caída libre. Para este caso de dos o más dimensiones, el punto de lanzamiento es $p(x_0, y_0)$ o $p(x_0, y_0, z_0)$. Si lanzamos un proyectil y conocemos sus componentes vectoriales las componentes cartesianas de la velocidad vienen dadas por las derivadas respecto al tiempo de las componentes de la posición, cuando el móvil describe una trayectoria $r(t)$, es la superposición de tres movimientos unidimensionales considerando las trayectorias de r en una terna de x, y, z ; es decir $x(t)=x$, $y(t)=y$; $z(t)=z$. Para cada proyección sobre los ejes podemos aplicar entonces las ecuaciones del movimiento unidimensional (como si fuera a lo largo de una línea recta) así definimos la trayectoria como una función vectorial de posición:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

Por tanto la velocidad:

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt} [x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}]$$

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

Matemáticamente ello equivale a tratar el movimiento tridimensional como una combinación de tres movimientos unidimensionales. Por ello, podemos hallar cada componente de la posición integrando la componente de la velocidad correspondiente:

$$x = x_o + \int v_x dt$$

$$y = y_o + \int v_y dt$$

$$z = z_o + \int v_z dt$$

Las componentes cartesianas de la aceleración son las derivadas temporales de las componentes de la velocidad (y segundas derivadas de las de la posición):

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} [v(t)\hat{i} + v(t)\hat{j} + v(t)\hat{k}]$$

$$\vec{a}(t) = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

Datos	Rapidez	Vector tangente	Aceleración tangencial (vector)	Aceleración tangencial (escalar)
$\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$	$ \vec{v} $	$\vec{T} = \frac{\vec{v}}{ \vec{v} }$	$\vec{a}_t = \frac{(\vec{v} \cdot \vec{a})\vec{v}}{ \vec{v} ^2}$	$a_t = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{ \vec{v} }$
Aceleración normal (vector)	Aceleración normal (escalar)	Vector normal	Radio de curvatura	Centro de curvatura
$\vec{a}_n = \frac{(\vec{v} \times \vec{a}) \times \vec{v}}{ \vec{v} ^2}$	$a_n = \frac{ \vec{v} \times \vec{a} }{ \vec{v} }$	$\vec{N} = \frac{\vec{a}_n}{a_n}$	$R = \frac{ \vec{v} ^2}{a_n} = \frac{ \vec{v} ^3}{ \vec{v} \times \vec{a} }$	$\vec{r}_c = \vec{r} + R\vec{N}$

En ingeniería es común trabajar con funciones de trayectoria de movimiento en su forma paramétrica de t , donde cada componente x, y, z están en función del tiempo.



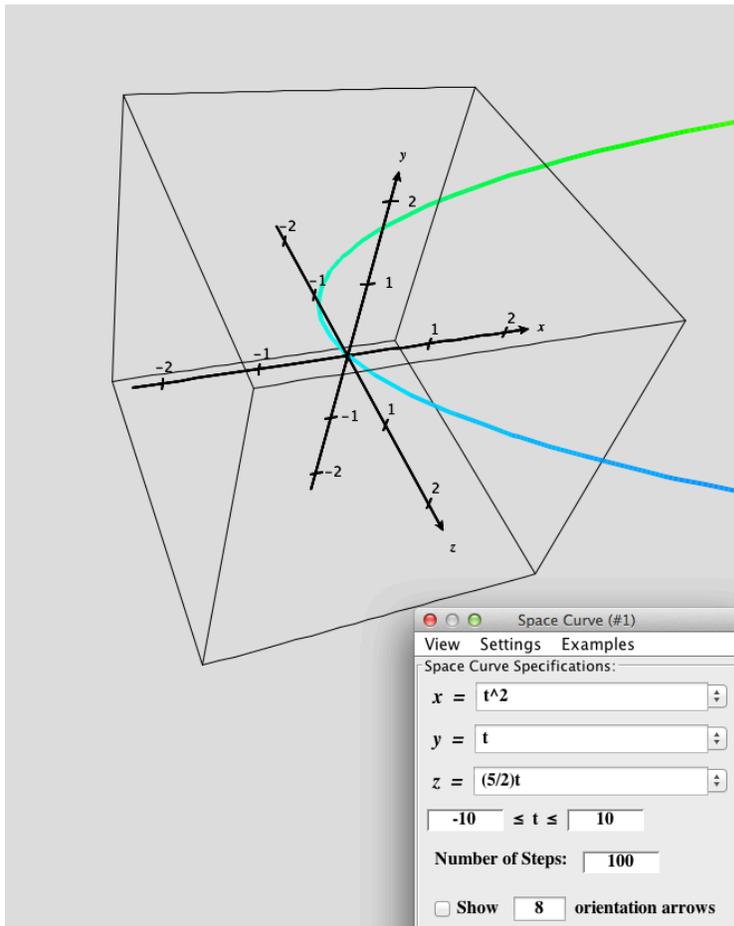
parametric space curves



	parametric equations
conical spiral	$x(t) = r t \cos(a t)$ $y(t) = r t \sin(a t)$ $z(t) = t$
helix	$x(t) = \cos(t) r$ $y(t) = \sin(t) r$ $z(t) = t c$
Seiffert's spherical spiral	$x(t) = r \operatorname{sn}(t a^2) \cos(a t)$ $y(t) = r \operatorname{sn}(t a^2) \sin(a t)$ $z(t) = r \operatorname{cn}(t a^2)$
spherical spiral	$x(t) = \frac{r \cos(t)}{\sqrt{a^2 t^2 + 1}}$ $y(t) = \frac{r \sin(t)}{\sqrt{a^2 t^2 + 1}}$ $z(t) = -\frac{a r t}{\sqrt{a^2 t^2 + 1}}$
Steinmetz curve	$x(t) = \cos(t) a$ $y(t) = \sin(t) a$ $z(t) = \sqrt{b^2 - \sin^2(t) a^2}$
Viviani's curve	$x(t) = a (\cos(t) + 1)$ $y(t) = a \sin(t)$ $z(t) = 2 a \sin\left(\frac{t}{2}\right)$

Ejemplo 23: La trayectoria de una partícula está dada por $r(t)=t^2\hat{i}+t\hat{j}+(5/2)t\hat{k}$. Grafique con <http://web.monroecc.edu/manila/webfiles/calcNSF/JavaCode/CalcPlot3D.htm>, <http://web.monroecc.edu/calcNSF/> y calcule la velocidad y aceleración en $t=2$.

Solución:



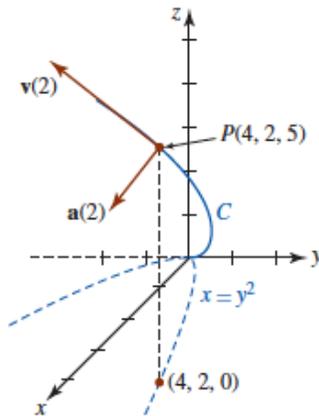
Velocidad es la derivada de $r(t)$

$$v(t) = r'(t) = 2t\hat{i} + \hat{j} + (5/2)\hat{k} = [2t, 1, 5/2]$$

La aceleración derivada de la velocidad

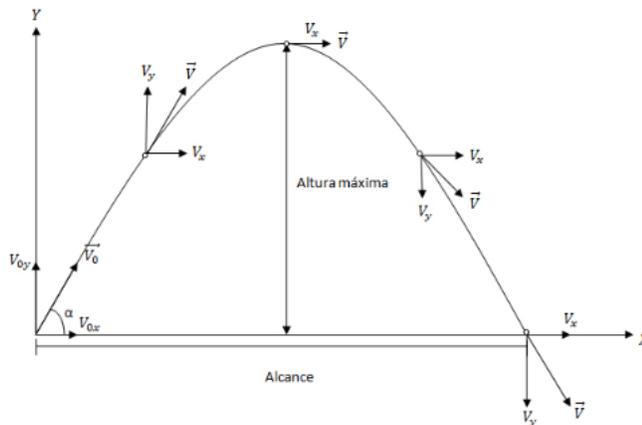
$$a(t) = v'(t) = 2\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} = [2, 0, 0]$$

En $t=2$ el punto es $r(2)=[4, 2, 5]$; la velocidad $v(2)=[4, 1, 5/2]$ y la aceleración $a(2)=[2, 0, 0]$



3.12. Tiro parabólico en dos dimensiones

Un movimiento de proyectiles, puede ser el lanzamiento de una flecha de arco, un cañón o cuetes balísticos, en donde interviene la acción vertical \mathbf{g} , se desprecia la resistencia del aire en la acción horizontal es decir:



$$a = -g\hat{j}$$

$$a_x = 0$$

En este movimiento parabólico interviene el ángulo de lanzamiento del proyectil, altura y desplazamiento.

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos\theta\hat{i} + v_0 \sin\theta\hat{j}$$

$$\vec{a} = -g\hat{j} \quad \text{Ec. de aceleración}$$

V_0 es el módulo de la velocidad inicial

θ es el ángulo de la velocidad inicial sobre la horizontal

g es la aceleración de la gravedad

i, j son los vectores unitarios sobre los ejes x, y

$$\text{Si la } \vec{a} = \frac{dv}{dt} = -g\hat{j}$$

entonces integramos y sumamos a la velocidad inicial

$$dv(t) = \int -g \hat{j} dt$$

$$v(t) = -gt \hat{j}$$

y la velocidad inicial es $v(0) = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$

$$v(t) = v_{0x} \hat{i} + (v_{0y} - gt) \hat{j} \text{ Ec. de velocidad}$$

Si la posición es

$$v = \frac{dr}{dt} = v_{0x} \hat{i} + (v_{0y} - gt) \hat{j}$$

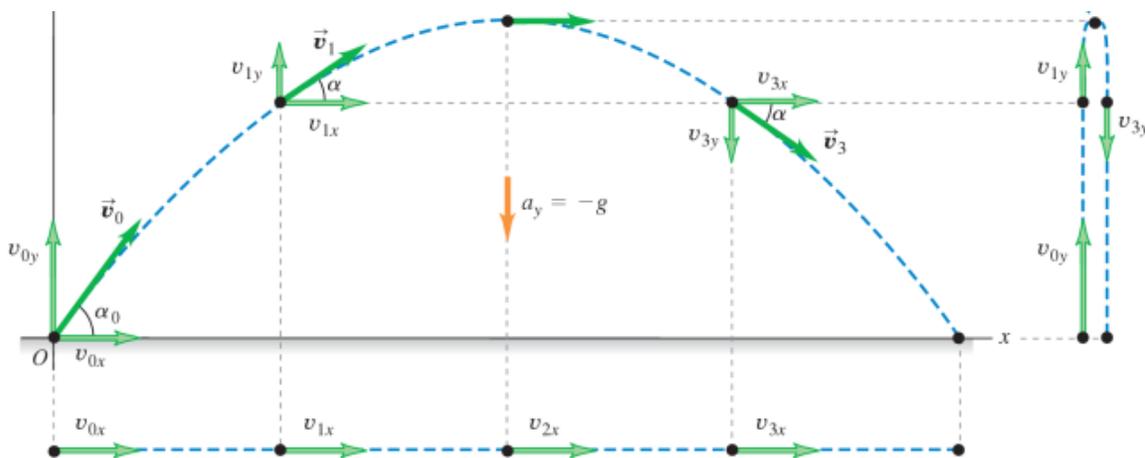
y

$$r(0) = x_0 \hat{i} + y_0 \hat{j}$$

Por tanto si integramos y sumamos a la posición inicial

$$r(t) = (v_{0x}t + x_0) \hat{i} + \left(-\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0\right) \hat{j} \text{ Ec. de la posición}$$

Este movimiento parabólico del proyectil está formado por dos movimientos, uno horizontal dado por la velocidad y otro vertical dado por la aceleración uniforme de la gravedad.



La posición está definida por posición del movimiento horizontal

$$x(t) = vt \cos(\phi)$$

en la dirección vertical

$$y(t) = vt \operatorname{sen}(\phi) - \frac{1}{2}gt^2$$

Estamos interesados en el momento en que el proyectil vuelve a la misma altura que salió proyectado. Veamos **T** en ese momento cuando la altura del proyectil es igual a su valor inicial.

$$0 = vT \operatorname{sen}(\phi) - \frac{1}{2}gT^2$$

Despejando T

$$T = \frac{2v \operatorname{sen}(\phi)}{g}$$

Esta solución es útil para determinar el alcance del proyectil. Al sustituir este valor para (**t**) en la ecuación del movimiento horizontal:

$$x = \frac{2v^2 \cos(\phi)\operatorname{sen}(\phi)}{g} = \frac{v^2 \operatorname{sen}(2\phi)}{g}$$

Observe que $\sin 2x = 2\operatorname{sen}(x)(\cos x)$

La altura máxima del proyectil será donde **v** en **y** valen cero y su componente vertical:

$$v_y = 0$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

Este es el tiempo para que **h** sea la altura máxima en ese punto:

$$h = v_{0y}t_m - \frac{1}{2}gt_m^2$$

Para cuando conocemos velocidad y ángulo de salida:

$$y = v_{0y}t$$

$$\frac{v_y}{v_{0y}} = \frac{v_{0y} + 0}{2} = \frac{v_{0y}}{2}$$

si

$$0 = v_{0y} - gt_m$$

$$t_m = \frac{v_{0y}}{g}$$

sustituyendo

$$h = y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(v_0 \text{sen}(\phi))^2}{2g}$$

$$h = \frac{v^2 \text{sen}^2(\phi)}{2g}$$

Ejemplo 24-A: Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s y una dirección de salida de 24°. Suponiendo despreciable los efectos del aire, calcular a) el tiempo de traslado, b) la máxima altura y c) la distancia en la que cae el proyectil.

Solución:

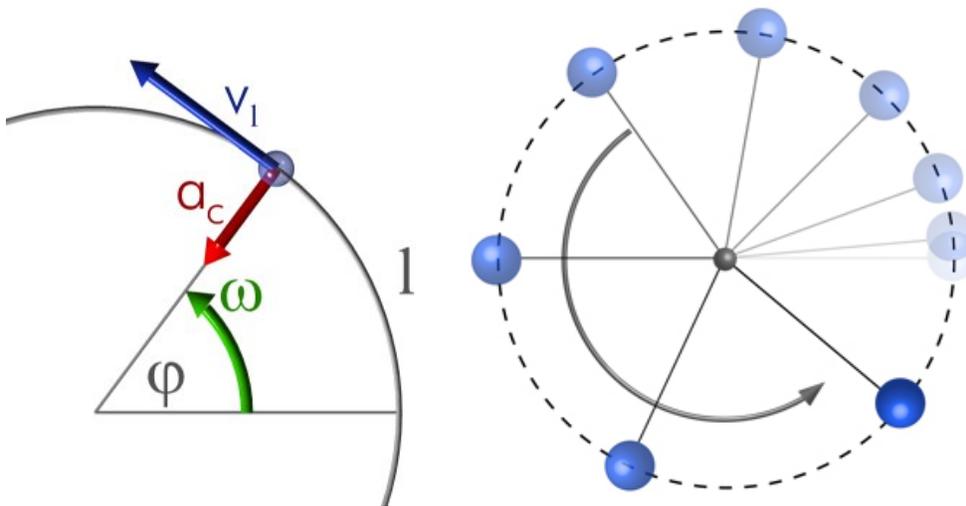
$$a) T = \frac{2v \text{sen}(\phi)}{g} = \frac{2(50 \text{ m/s})\text{sen}(24^\circ)}{g} = 4.148 \text{ s}$$

$$b) h = \frac{v^2 \text{sen}^2(\phi)}{2g} = \frac{((50 \text{ m/s})\text{sen}(24^\circ))^2}{2g} = 21.09 \text{ m}$$

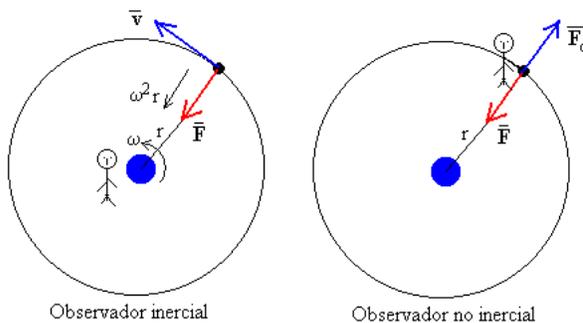
$$c) x = \frac{2v^2 \cos(\phi)\text{sen}(\phi)}{g} = \frac{v^2 \text{sen}(2\phi)}{g} = \frac{(50 \text{ m/s})^2 \text{sen}(2(24^\circ))}{g} = 189.4 \text{ m}$$

3.13. Movimiento circular uniforme

El movimiento circular describe la cinética y dinámica de péndulos, giros en espiral, órbitas de planetas, giros de ruedas de bicicletas, centrifugas, discos duros,... es un ámbito de conceptos como eje de giro, arco como unidad de longitud del espacio recorrido, velocidad angular como la rapidez de desplazamiento; aceleración angular, momento angular, posición. Este movimiento giratorio en sus desplazamiento de arco, es similar al movimiento uniforme ya estudiado.

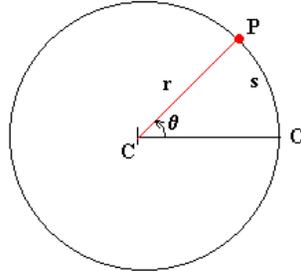


Es importante definir donde está el observador de este movimiento, de ello depende el análisis del mismo.



La dinámica del movimiento es percibida desde el eje de giro, desde el observador situado en la partícula que está en equilibrio entre las fuerzas de acción de atracción y centrífuga no existe movimiento inercial. Este movimiento circular sigue una

trayectoria de circunferencia, las magnitudes de posición angular θ dadas por la referencia de origen cero, el centro y un punto del móvil en un instante t . Donde el ángulo θ es el arco s entre el radio r de la circunferencia de trayectoria, $\theta = s/r$. La **posición angular** es el cociente entre longitud s de arco y radio r .



En un instante t' la posición P' el móvil se habrá desplazado

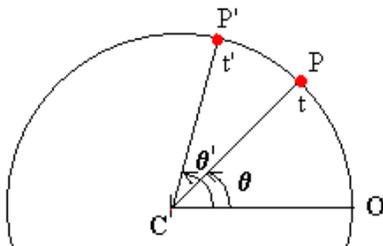
$$\Delta\theta = \theta - \theta' \quad \text{Ec. 1}$$

en un intervalo de tiempo $\Delta t = t - t'$

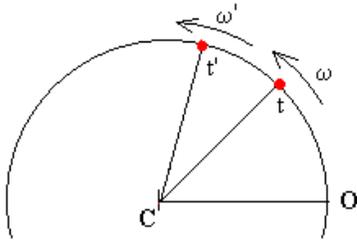
La velocidad angular promedio es $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$$\omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t} \quad \text{Ec. 2}$$

Por tanto la **velocidad angular** es $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$



El cambio de velocidad angular $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$ la denominamos **aceleración angular**.



$$a = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t} \text{ Ec. 3.}$$

El **movimiento circular uniforme** es definido cuando la velocidad angular ω es constante y la aceleración angular es cero. En el movimiento circular uniformemente acelerado la aceleración es constante.

El desplazamiento angular implica calcular frecuencia y tiempo. La frecuencia angular es dada en radianes por segundo.

Despejando de ecuación 3:

$$\omega_1 = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + at$$

$$d\theta = \omega_0 dt + at dt$$

$$\int d\theta = \int \omega_0 dt + \int at dt$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2 \text{ Ec. 4}$$

Si integramos la ecuación 4:

$$\omega_1 = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + at$$

$$d\theta = \omega_0 dt + at dt$$

$$\int d\theta = \int \omega_0 dt + \int at dt$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2 \text{ Ec. 5}$$

La ecuación 5 la podemos deducir por otro camino:

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0) \text{ ¡Error! Marcador no definido.}$$

dado que

$$\theta = \omega t \quad \therefore \quad \omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\frac{\theta}{t} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)t = \frac{1}{2}\omega_1 t + \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + at)t + \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\theta = \frac{1}{2}\omega_0 t + at^2 + \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\theta = \omega_0 t + at^2$$

Si despejamos t de la ecuación 5 y sustituimos en

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)t$$

∴

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{a}\right)$$

$$\theta = \frac{1}{2a}(\omega_1^2 - \omega_0^2)$$

Despejando la velocidad angular final

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta \quad \text{Ec. 6}$$

Del capítulo 2, el torque neto τ es igual a I momento inercial del sistema por la a aceleración angular:

$$\tau = Ia$$

Comparando las ecuaciones de movimiento, podemos reconocer las equivalentes entre el movimiento lineal y el rotatorio.

(1) $s = x_1 - x_0$	(11) $\theta = \theta_1 - \theta_0$
(2) $v = \frac{x_1 - x_0}{t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	(12) $\omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$
(3) $a = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	(13) $\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
(4) $v_1 = v_0 + at$	(14) $\omega_1 = \omega_0 + \alpha t$
(5) $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	(15) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
(6) $v_1^2 = v_0^2 + 2as$	(16) $\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
(7) $s = \frac{1}{2}(v_0 + v_1)t$	(17) $\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega_1)t$
(8) $F = ma$	(18) $\tau = I\alpha$

Nota: Hemos utilizado como símbolo de aceleración angular a , en algunos libros se emplea el símbolo α .

Ejemplo 25: Calcule el desplazamiento angular para una frecuencia angular de $\omega = 34 \text{ rad/s}$ y un tiempo de 3 s.

Solución:

Si el desplazamiento angular promedio es $\theta = \omega t$ el valor es de 102 radianes o 16.23 revoluciones.

La frecuencia es dada en hercios $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

donde **T** es el periodo que tarda el móvil en dar una vuelta de circunferencia.

Ejemplo 26: Calcule el desplazamiento angular con frecuencia inicial angular de 23 rad/s, aceleración angular de 2 rad/s^2 para un tiempo de 48 s.

Solución:

$$\theta = \frac{1}{2}at^2 + \omega_i t$$

$$\theta = \frac{1}{2}(2 \text{ rad/s}^2)(48 \text{ s})^2 + (23 \text{ rad/s})(48 \text{ s}) = 3408 \text{ rad}$$

Ejemplo 27: Calcule el desplazamiento angular con frecuencia inicial angular de 2 rad/s, frecuencia angular final de 23 rad/s y aceleración angular de 4 rad/s^2 .

Solución:

$$\omega_f^2 = \omega_o^2 + 2a\theta$$

$$\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_o^2}{2a}$$

$$\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_o^2}{2a} = \frac{(23\text{rad/s})^2 - (2\text{rad/s})^2}{2(4\text{rad/s}^2)} = 65.63\text{rad}$$

Ejemplo 28: Calcule la frecuencia angular media para un desplazamiento de 29 rad y un tiempo de 5s.

Solución:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} = \frac{29\text{rad}}{5\text{s}} = 5.8\text{rad/s}$$

Ejemplo 29: Calcule la frecuencia angular para una aceleración angular de 47 rad/s² en un tiempo de 6s.

Solución:

$$\omega = at = \alpha t$$

$$\omega = at = \alpha t = (47\text{rad/s}^2)(6\text{s}) = 282\text{rad/s}$$

Ejemplo 30: Calcule la frecuencia angular inicial para un desplazamiento angular de 89 rad, una frecuencia angular final de 90 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s².

Solución:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1^2 - 2a\theta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1^2 - 2a\theta} = \sqrt{(90\text{rad/s})^2 - 2(12\text{rad/s}^2)(89\text{rad})} = 77.23\text{rad/s}$$

Ejemplo 31: Calcule la frecuencia angular inicial para una frecuencia angular final de 90 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s² en 4s.

Solución:

$$\omega_1 = \omega_0 + at$$

$$\omega_0 = \omega_1 - at$$

$$\omega_0 = \omega_1 - at = 90\text{rad} / s - (12\text{rad} / s^2)(4s) = 42\text{rad} / s$$

Ejemplo 32: Calcule la frecuencia angular final para un desplazamiento angular de 45 rad, frecuencia angular inicial de 2 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s².

Solución:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta =$$

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta = (2\text{rad} / s)^2 + 2(12\text{rad} / s^2)(45\text{rad}) = 32.92\text{rad} / s$$

Ejemplo 32: Calcule la frecuencia angular final para una frecuencia angular inicial de 5rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s².

Solución:

$$\omega_1 = \omega_0 + at$$

$$\omega_1 = \omega_0 + at = (5\text{rad} / s) + (12\text{rad} / s^2)(5s) = 40\text{rad} / s$$

Ejemplo 33: Calcule la aceleración angular para un tiempo de 7 s y una frecuencia angular de 13 rad/s.

Solución:

$$\omega = at$$

$$a = \frac{\omega}{t}$$

$$a = \frac{\omega}{t} = \frac{13\text{rad/s}}{7\text{s}} = 1.857\text{rad/s}^2$$

Ejemplo 34: Calcule la aceleración angular para un desplazamiento de 46 rad, una frecuencia angular inicial de 5 rad/s y una frecuencia angular final de 49rad/s.

Solución:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta =$$

$$a = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2\theta}$$

$$a = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2\theta} = \frac{(49\text{rad/s})^2 - (5\text{rad/s})^2}{2(46\text{rad/s})} = 25.83\text{rad/s}^2$$

Ejemplo 35: Calcule la aceleración angular para un desplazamiento de 46 rad, una frecuencia angular inicial de 5 rad/s y un tiempo de 7s.

Solución:

$$\theta = \frac{1}{2}at^2 + \omega_0t$$

$$a = \frac{2(\theta - t\omega)}{t^2}$$

$$a = \frac{2(\theta - t\omega)}{t^2} = \frac{2(46\text{rad} - (7\text{s})(5\text{rad/s}))}{(7\text{s})^2} = 0.449\text{rad/s}^2$$

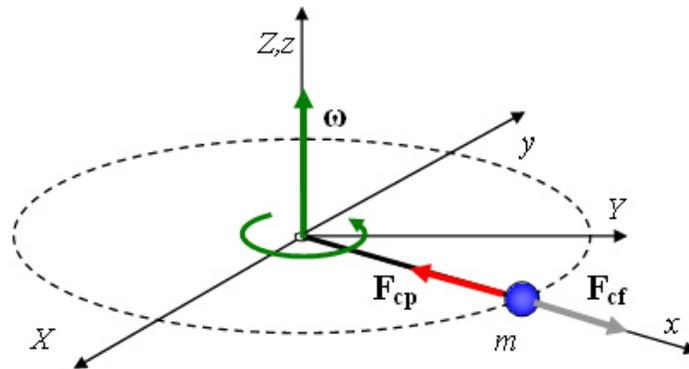
Ejemplo 36: Calcule el momento angular, con momento inercial 2kgm^2 y una velocidad angular de 13rad/s .

Solución:

$$L = I\omega$$

$$L = I\omega = (2\text{ kg} \cdot \text{m})(13\text{rad} / \text{s}) = 26\text{J} \cdot \text{s}$$

Fuerza centrípeta



Si una masa m se desplaza con velocidad angular ω y experimenta una fuerza centrípeta F_c (siempre perpendicular), viajará en un círculo de radio r . La fuerza centrípeta es la dirigida hacia el centro de la curva de trayectoria circular de una partícula en movimiento circular uniforme, es responsable del cambio de dirección de la velocidad de la partícula.

$$r = \frac{mv^2}{F_c}$$

$$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{r}$$

Por la segunda ley de Newton

$$\vec{F}_c = ma = \frac{mv^2}{r} = \frac{v^2}{r}$$

$$\omega = \frac{v}{r} \therefore v = \omega r$$

\therefore

$$\vec{F}_c = mr\omega^2$$

La fuerza centrífuga **F_g**, sostienen los físicos que no es una fuerza real en el sentido de que es producida por un agente real. Es un efecto igual en módulo y dirección pero sentido contrario a la fuerza centrípeta.

$$F_g = -F_c$$

Ejemplo 37: Calcule la aceleración centrípeta de una partícula con frecuencia angular 34 rad/s y un radio de 2m.

Solución:

$$a = r\omega^2$$

$$a = r\omega^2 = (2m)(34rad/s)^2 = 2312m/s^2$$

Ejemplo 38: Calcule la aceleración centrípeta de una partícula con velocidad de rotación de 2m/s y un radio de 4m.

Solución:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2m/s)^2}{4m} = 1m/s^2$$

Ejemplo 38: Calcule la fuerza centrípeta de una partícula con velocidad angular de 23 rad/s, un radio de 5 m y una masa de 6 kg

Solución:

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2$$

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2 = (6\text{kg})(5\text{m})(23\text{rad/s})^2 = 15870\text{N}$$

Ejemplo 39: Calcule la fuerza centrípeta de una partícula con velocidad de rotación de 12 m/s, un radio de 2 m y una masa de 3 kg.

Solución:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(3\text{kg})(12\text{m/s})^2}{2\text{m}} = 216\text{N}$$

3.14. Problemario

1. Un avión de combate estableció una marca mundial al volar de Londres a Los Ángeles, recorriendo una distancia de 8790 km en 3h 47 min y 36 s ¿cuál fue su rapidez media en m/s?
2. Una avioneta Cessna que parte del reposo requiere una rapidez de despegue de 120 km/h ¿qué aceleración constante se necesita para que se eleve después de una carrera de despegue de 240 m? ¿cuánto tiempo toma el despegue?
3. Se lanza una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de 25 m/s. Si el suelo se encuentra a 60 m, ¿en cuánto tiempo llegará al suelo? ¿en cuánto tiempo recorre la mitad de la distancia?
4. Un cirquero hace un acto de malabarismo parado en una plataforma a 7 m de altura, lanzando una pelota directamente hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. Si se le escapa de las manos la pelota cuando va cayendo, ¿con qué velocidad llegará la pelota al piso?, ¿cuánto tiempo después de haber sido lanzada, llegará la pelota al piso?
5. Durante un partido de futbol se patea un balón con una velocidad de 25 m/s y un ángulo de 35° sobre el nivel del piso. ¿Qué altura máxima logra el balón? ¿En cuánto tiempo llega nuevamente a la cancha? ¿Cuál es su alcance máximo?
6. Una persona que dirige un globo aerostático lanza una pelota a 25 m/s y 40° sobre el horizonte. Si en ese momento el globo flotaba a 100 m de altura sobre un

llano. ¿A qué distancia horizontal llegará la pelota al piso, respecto al punto de lanzamiento?

7. Para sacar agua de un pozo, se ata una cuerda a una polea fija de 20 cm de radio que se hace girar por medio de una manivela. Si el agua está a una profundidad de 18m, ¿cuántas vueltas se necesitan para sacar una cubeta llena del líquido? Considerar que 1 vuelta = 1 revolución = 2π rad.

8. Un joven practica la pesca como aficionado y ata un contrapeso de plomo para pescar de 25gr al extremo de un pedazo de cuerda, haciéndola girar alrededor de un círculo horizontal. Si el radio del círculo es de 70 cm y el objeto se mueve con una velocidad de 4 m/s. ¿Qué valor tiene la fuerza centrípeta?

9. La rueda de un molino industrial tiene un diámetro de 30.5cm y gira a 2200 revoluciones por minuto. ¿Cuál es su velocidad lineal?

3.15. Autoevaluación

1. Una persona caminó 130 m al Norte, después recorrió 80m al Este y finalmente 45m al Noroeste. ¿Cuál fue la distancia total que recorrió?, ¿cuál fue su desplazamiento, si el tiempo total del recorrido fue de 12 min?, ¿cuál fue la rapidez media en m/s?
2. Cierta modelo de automóvil es capaz de acelerar a razón de 1.6 ft/s^2 . ¿Cuánto tiempo en segundos le toma pasar de una rapidez de 45 mi/h a una de 60 mi/h?, ¿qué distancia en ft logra tal cambio de velocidad? Considere que la abreviatura **mi** hace referencia a la unidad del sistema inglés millas, que equivale a 5280 ft (pies).
3. Un repartidor de pizzas viaja en su motocicleta para entregar un pedido circulando a 60 km/h. Repentinamente ve una zanja que cruza por completo la calle 30 m delante de él, por lo que aplica una desaceleración de 4 m/s^2 . ¿Logra frenar antes de llegar a la zanja?. Calcula su distancia de frenado.
4. En su patio de maniobras un tren parte del reposo, y acelera a 4 ft/s^2 recorriendo una distancia de 400 ft. Después de esta distancia, viaja a rapidez constante durante 15s. Al término de ese tiempo el tren inicia su frenado y logra detenerse 10 segundos después. ¿Cuál fue la distancia total recorrida?, ¿cuál fue el tiempo total de la maniobra?
5. Un joven deja caer un ladrillo desde un puente que está a 100ft de altura sobre el nivel del agua. ¿Qué tiempo permanece el ladrillo en el aire?, ¿con qué velocidad golpea el agua?. Considerar $g = 32.2 \text{ ft/s}^2$
6. Un joven lanza una pelota horizontalmente a 10 m/s desde un puente a 50 m sobre un río. Sin tener en cuenta la resistencia del aire. ¿Cuánto tiempo tardará la pelota en llegar al agua?, ¿cuál es la velocidad de la pelota justo al momento de llegar al agua?, ¿a qué distancia del puente llegará la pelota?

7. Se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad de 40 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. La pelota cae en la azotea de una casa a 7 m de altura respecto al punto de donde fue lanzada. En su recorrido de caída ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?, ¿cuál es el tiempo total del recorrido?, ¿a qué distancia horizontal se encuentra el edificio respecto del punto de lanzamiento?
8. La llanta de una bicicleta profesional de carreras tiene un diámetro de 584 mm aproximadamente. En una etapa de calentamiento gira a 50 revoluciones por minuto (rpm). ¿Qué distancia recorrerá el ciclista en 45 segundos?
9. Determinar la aceleración angular que se genera en 10s para un desplazamiento de 120rad y una frecuencia angular inicial de 7.5 rad/s.

3.16. Soluciones del problemario

1. $v = 643.67 \text{ m/s}$
2. $a = 2.314 \text{ m/s}^2$, $t = 14.4 \text{ s}$
3. $t = 1.78 \text{ s}$, $t = 1.0 \text{ s}$
4. $v_f = 16.773 \text{ m/s}$, $t = 2.932 \text{ s}$
5. $h = y_{\text{max}} = 10.48 \text{ m}$, $t = 2.923 \text{ s}$, $x = 59.868 \text{ m}$
6. $x = 123.355 \text{ m}$
7. 14.32 vueltas
8. $F_c = 0.5714 \text{ N}$
9. $v = 35.13 \text{ m/s}$

3.17. Soluciones de autoevaluación

1. $d = 255 \text{ m}$, $\vec{d} = 168.84 \text{ m}$ $\theta = 73.41^\circ$
2. $t = 13.75 \text{ s}$, $d = 1058.75 \text{ ft}$
3. No, $d = 34.721 \text{ m}$
4. $d = 1531.36 \text{ ft}$, $t = 39.142 \text{ s}$
5. $t = 2.492 \text{ s}$, $v_f = 80.249 \text{ ft/s}$
6. $t = 3.192 \text{ s}$, $v_f = 32.877 \text{ m/s}$, $x = 31.92 \text{ m}$
7. $y_{\max} = 20.387 \text{ m}$, $t = 3.689 \text{ s}$, $x = 127.82 \text{ m}$
8. $s = 137.60 \text{ m}$
9. $a = 0.9 \text{ rad/s}^2$

3.18. Conclusiones

En este capítulo hemos revisado los diferentes tipos de movimientos que encontramos en nuestra vida cotidiana y seguramente te habrás dado cuenta que todo en el Universo se encuentra en movimiento. La Tierra sobre sí misma, alrededor del sol, la Luna alrededor de la Tierra, los electrones alrededor del núcleo, niños que corren y saltan, la sangre y otros fluidos, los músculos dentro del cuerpo humano, nubes desplazándose por el cielo, pájaros volando, árboles balanceándose, etc.

Estos tipos de movimiento revisados se unen y combinan de diferentes maneras para formar movimientos más complejos y de mayor grado de análisis, como podría ser el vuelo de un mosquito.

Seguimos invitándote a documentarte e investigar más acerca de éstos y otros temas de carácter científico, acercándote a lecturas que fácilmente puede encontrar en bibliotecas y medios electrónicos. La información que obtengas será de gran utilidad y te hará crecer y desarrollarte de forma integral. ¡Adelante!

URL's

<https://www.youtube.com/watch?v=mBAaxT6U6A>

<https://www.youtube.com/watch?v=qWj8jPDE-vY>

http://www.fisicalab.com/formulario_tema/movimiento-dos-y-tres-dimensiones/avanzado

<https://www.youtube.com/watch?v=rBp40ryjqyc>

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_//index.html

http://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/course-communities/browse?term_node_tid_depth=40566

<http://web.monroecc.edu/manila/webfiles/calcNSF/JavaCode/CalcPlot3D.htm>

<http://www2.franciscan.edu/academic/mathsci/mathscienceintegration/MathScienceIntegation-827.htm>

<http://www.amnh.org/learn/Courses>

http://www.amnh.org/learn/space/Course_Preview

Referencias

¹ Winston Manrique Sabogal (2014) Vargas Llosa de vida y libros. Cultura El País. Consulta: 27 de Marzo de 2014, de

http://cultura.elpais.com/cultura/2014/03/26/actualidad/1395867335_520237.html

² Penrose Roger(2010) Ciclos del tiempo. Barcelona: DEBATE

³ Marcos Pitanga (2004) Construindo supercomputadores com Linux. Brasil: Brasport

⁴ Hawking Stephen (2010) A hombros de gigante. Barcelona: Crítica

Capítulo IV: trabajo y energía

En la clásica novela de Issac Asimov *Los propios dioses*, un oscuro químico del año 2070 topa accidentalmente con el mayor descubrimiento de todo los tiempos, la bomba de electrones, que produce energía ilimitada sin costo alguno. El impacto es inmediato y profundo. Es aclamado como el mayor científico de todos tiempos por satisfacer la insaciable necesidad de energía por parte de la civilización. Esa sociedad pierde la cordura ante este poder que es traído por un agujero entre nuestro universo y otro, con consecuencias para la destrucción de nuestro propio universo.

Como la energía es tan importante para la civilización, que estudiarla conlleva la responsabilidad ética de emplearla a favor del bienestar humano, no sea que una bomba nuclear sea activada por una mano de un suicida.

Isaac Asimov. Los propios dioses

http://biblio3.url.edu.gt/Libros/2011/los_proDioses.pdf

Nota: Este documento contiene integrales y derivadas solo como apoyo para explicar, son descriptoras de la realidad, los cálculos se apoyan en la capacidad matemática para un bachiller que ha cursado álgebra y geometría.

Algunos aseguran que la escuela está ajena a mirar a los avances de la ciencia, ¿dónde estamos entonces? Ya no se enseña haciendo preguntas y gestionando sus respuestas. Las escuelas ya no registran los cambios que están potenciando nuevas revoluciones tecnológicas.

La física recientemente con aceleradores de partículas se hace preguntas y gestiona sus respuestas. El modelo estándar, formado por un modelo estructural de la materia, compuesto por quarks, los gluones, los neutrinos y otras nueve partículas de materia, más partículas transmisoras de fuerzas; el gran Colisionador de Hadrones, se experimenta en lo desconocido, se especula la existencia del bosón de Higgs, una de las partículas faltantes del modelo estándar. La materia son átomos, la tabla periódica es todo lo que nos rodea y esta combinado. El átomo está formado por electrones y quarks, y el bosón de Higgs es una partícula transmisora de fuerza responsable de proporcionar masa a las otras partículas.

“el 4 de julio de 2012, el CERN anunció observar una nueva partícula, el bosón de Higgs”¹.

Nota: Las partículas que componen la materia son llamadas fermiones y las que transportan energía bosones.

Leon Lederman en 1988 recibió el premio Nobel por probar la existencia de diferentes tipos de neutrinos. Lederman es quien da el nombre de “Partícula de Dios” a la partícula de Higgs por su importancia para el concepto de masa, como la pieza del rompecabezas del nivel más profundo de la materia que es todo lo que forma nuestro mundo, sin el bosón de Higgs los electrones no tendrían masa y se moverían a la velocidad de la luz.

La razón de este texto, es que CONALEP en su plan de estudios plantea que se explique energía y masa, y para nada es algo que debemos plantear como trivial, las propias fuerzas del universo dependen del modelo estándar: gravedad (gravitón), electromagnéticos (fotones), fuerza nuclear débil (bosón), fuerzas nuclear fuerte (gluones y hadrones).

¹ <http://www.abc.es/20120621/ciencia/abci-ern-podria-anunciar-boson-201206211011.html>

4.1. Primera época: calor, luz, métricas de energía

La aventura histórica del hombre por la alquimia es esa que nace en las tinieblas de la razón, precursora de la ciencia moderna, es un hito que marcó el comienzo por establecer leyes y experimentos que fundamentan el saber teórico físico para vincular matemáticamente explicaciones termodinámicas de las formas de intercambio energético de seres vivos, desafíos metalúrgicos, la temperatura de las estrellas,... desde el siglo XVI el fenómeno del calor, los alquimistas lo observaron en el vapor de agua, en la fabricación de vidrio, la pólvora, fabricación de cerámicas y telares.



Fig. 1. El laboratorio alquimista (Denon)¹

En el siglo XVI era un mundo que emergía con un occidente de mayor intercambio comercial y un oriente ortodoxo exótico y colorido. Occidente se propuso liberarse de los mitos, la magia y la piedra filosofal, aunque no existían escuelas formales de estudios químicos, fue un trabajo autodidacta apoyado en los conocimientos de la matemática y la medicina de la época. La exploración comienza con la óptica y la astronomía de Copérnico. La necesidad de medir, controlar y producir energía para la nascente economía presionó por perfeccionar modelos más eficaces en el manejo de la temperatura, la presión y el manejo de fuentes de energía como el agua, la madera y el carbón mineral. Esta revolución científica parte del conocimiento milenario Chino, Islam e Indio.

Los personajes que son visibles por su contribución fueron Copérnico, Bacon, Leonardo da Vinci, Schwartz, Alberto el Grande, Al Khazani, Al Hazen, y Al-Biruni; cada uno fabricó los propios modelos e instrumentos para explorar la experiencia de lo que sería la naciente termodinámica. El horno, el reloj, el jabón y la geometría analítica fueron de enorme interés en el diseño de un nuevo modo de vida del hombre urbano de la Europa occidental del siglo XVI, en especial en Inglaterra, Francia, Alemania, Italia y Holanda.

La academia del Cimento 1660 introduce el termómetro de alcohol a los experimentos de Torricelli 1643, los cuales generalizaron el barómetro y el termómetro. Estas tecnologías mejoraron el mercado de la cerámica y el vidrio; vidrio de calidad con fines de producir poderosos lentes ópticos para observar las estrellas. El modelo matemático de la presión y su eficaz manejo con precisión alentó la investigación científica para impulsar la economía en Europa, con el nacimiento de la Royal Society en Londres 1662, comienza la carrera científica formal que creó la revista de publicación científica y creó las bases de las universidades de la ilustración. La imprenta ayudó a difundir el conocimiento con una velocidad sin precedente. Además, la guerra de ese nuevo tiempo exigía el manejo del hierro para fabricar sofisticadas armas que garantizaran la paz necesaria para el florecer matemático, filosófico, astronómico y artístico necesario para inspirar al hombre hacia las fronteras de un nuevo conocimiento de la ciencia y la tecnología basadas en la formalización matemática de la naturaleza. En este impulso nace la válvula, el bisturí, la segueta, las pinzas de hierro, el molino de viento, la inoculación, la pluma-fuente, el globo, cohetes explosivos, se perfecciona el alambique, el manejo de vapor, la oxidación, la filtración y florece la literatura universal.

La transmutación de metales es para la alquimia tan importante como la destilación, la aromaterapia y la observación que la masa cambia pero no se puede destruir. Las bibliotecas son reconocidas como un medio para hacer de la difusión de las ciencias y las artes un lugar para ser semillero de nuevos explorares metódicos y sistémicos de la realidad. Bacon observó con éxito el movimiento de expansión y ondulación por calor en gases y metales. Galileo Galilei introduce la metodología experimental de refutación de hipótesis. Drebbel crea el microscopio y el primer microscopio de mercurio. Kepler desarrolla la noción física de trabajo, potencia de movimiento y el valioso término energía. Causs Salomón refina el manejo métrico de presiones de vapor. Van Helmont observa que el gas es un estado físico de la realidad química y precisa que el aire es un gas y no es el único posible, mediante medidas diferenciales por termómetro. Sturm crea ideográfica de mediaciones de propagación de calorimetría. Mersenne introduce la medición de la presión atmosférica. Descartes introduce un modelo revolucionario para describir el calor como movimiento de partículas pequeñas que forman los cuerpos. Guericke crea las bases de la máquina neumática y el barómetro de agua. Torricelli inventa el barómetro de mercurio, el areómetro y demostró la existencia de la presión atmosférica. Edme Mariotte publica la ley de proporción entre presión y el volumen de los gases que es conocida como Boyle-Mariotte. Pascal un genio que desde las matemáticas estudió la hidrodinámica e hidrostática; usó la presión hidráulica para aumentar la fuerza mecánica de una máquina, perfeccionó el empleo del mercurio para mediciones más precisas empleando tubos de vacío. Somerset creó la máquina de vapor moderna en términos de calderas y presión de vapor de agua. Robert Boyle estudió el vacío, los manómetros de mercurio, desarrolló la ley de proporcionalidad volumen y presión de gases; observó la propagación del calor, el sonido; definió mezcla y compuestos; estudió la combustión y la respiración. Huyghens crea con pólvora el primer motor de explosión y perfecciona la máquina neumática. Hooke utiliza la fusión del hielo como referencia termométrica, identificó el punto de ebullición del agua y creó un anemómetro. Newton pensó al éter como necesario

para que en el vacío se propague la radiación de calor; definió al calor como movimiento vibratorio mecánico de un cuerpo, creó el pirómetro para medir de manera indirecta la temperatura de un cuerpo, desarrolló la ley de enfriamiento. Roemer perfeccionó las escalas de temperatura y con ayuda de Fahrenheit hacen la escala de Roemer. Leibnitz introduce el concepto de energía cinética, la acción motriz, la acción oculta de movimientos moleculares como acción latente; publicó la ley mecánica del calor y crea el barómetro aneroide. Papin desarrolló las maneras de producir fuerza motriz de bajo gasto, una máquina de vapor por pistón. Bernoulli formalizó los estudios de la hidrodinámica, es decir de energía de un flujo en movimiento y de sus ideas de moléculas gaseosas en choques, dejó las bases de la teoría cinética de los gases. Celsius perfeccionó la escala internacional de la temperatura asegurando que el punto de congelación es independiente de la latitud y la presión atmosférica, creando la escala Celsius usando como referencia la congelación y el punto de evaporación. Euler llamó *esfuerzo* a la fuerza por el espacio recorrido y *trabajo* al peso multiplicado por el espacio recorrido. Lomonosov refuta la idea de la existencia del calórico y considera al calor como algo producido por movimiento interior de la materia, como movimiento rotario de partículas; demostró que la masa de un metal quemado es la misma que antes de aplicarle calor, aportó el modelo de cinética de gases y postuló la ley de la conservación de la materia; observó la congelación del mercurio, el origen orgánico del suelo, el carbón mineral y el petróleo. Cugnot en 1672 creó el primer vehículo autopropulsado con vapor de agua, perfeccionando el pistón para movimiento rotativo. Lambert calibró los tubos de termómetros, estudió la expansión y la compresión de gases.

Joseph Black descubrió el calor específico y estudió el aire fijo. Priestley J. realizó experimentos y observaciones del aire, la combustión, la oxidación y los ácidos; descubrió el gas oxígeno y sus efectos en seres vivos. Karl Scheele propone al aire como una mezcla de gases y estableció que el calor no necesita del aire para propagarse, descubrió al bario, cloro, magnesio, molibdeno y tungsteno. Lagrange

introduce el principio de conservación del trabajo necesario para avanzar en la termodinámica del siglo XIX. James Watt inventor de la bomba de aire, condensador aislado, introductor del Caballo-Fuerza HP, pie-libra y la fuerza centrífuga. William Herschel descubre en 1800 los rayos calóricos (infrarrojos), como una luz invisible más próxima al rojo visible. Este periodo de genios tecnológicos y científicos construyeron los cimientos de la termodinámica moderna.

Actividad

Analiza cada uno de los enunciados y subraya la respuesta correcta:

1. A quién se le atribuye el primer microscopio de mercurio:

- a) Drebel b) Galileo Galilei c) Caus d) Mersenne

2. Introduce la mediación de la presión atmosférica.

- a) Drebel b) Galileo Galilei c) Caus d) Mersenne

3. Estudio la hidrodinámica e hidrostática:

- a) Lambert b) Pascal c) James-Watt d) Van Helmont

4. Introductor del caballo de fuerza (HP)

- a) Lambert b) Pascal c) James-Watt d) Van Helmont

5. Observo que el gas es un estado físico de la realidad química y precisa que el aire es un gas y no es el único posible.

- a) Lambert b) Pascal c) James-Watt d) Van Helmont

Solución: 1(a), 2(d), 3(b), 4(c), 5(d)

4.2. Segunda época: Forma matemática de la energía

Borda en 1799 por el método del péndulo calcula la fuerza de aceleración de gravedad g . Rochon observa el espectro de luz de las estrellas con lo que abrió el camino a la termodinámica del cosmos. Lavoisier expresó el calor como movimiento molecular de los cuerpos y la relación con la luz que emiten; el calor libre es el calor que se propaga de un cuerpo a otro. Blagden 1783 precisa por efectos de la cantidad de calor (energía) un cuerpo tiene tres estados: sólido, líquido y gaseoso; el punto de congelación de una sustancia disminuye en función de la concentración de la solución, la ley Blagden. Benjamín Thompson considera al calor como movimiento transformable, como algo equivalente mecánico de calor, donde este último fue comprobado que no es una sustancia sino una cantidad de movimiento vibratorio. John Dalton experimentó con la mezcla de gases en el agua y definió el concepto de afinidad química. Fourier 1803 modeló la propagación del calor mediante el empleo de series trigonométricas (series de Fourier) que son fundamentales para la termodinámica moderna. Young Thomas publica la teoría de la tensión superficial para explicar fenómenos de capilaridad, estableciendo relación entre calor y fuerza viva, trabajo y empleó la palabra energía. Brown se introduce en el movimiento interno de las sustancias, ocasionado por choques elásticos de partículas, tal movimiento de vibración se le llama movimiento browniano. Ampère aceptó que el calor es movimiento y fortalece la hipótesis de Avogrado. Avogrado establece que volúmenes iguales de cualquier gas, en condiciones iguales de temperatura y presión contienen un número igual de moléculas; el número de Avogrado es una constante física dada en mol. Gay-Liussac desarrollo la ley que expresa que todos los gases expuestos a temperaturas iguales bajo la misma presión se dilatan en la misma cantidad. En 1814 Robert Stephenson construye la primera locomotora con velocidad de 8 km/h. Poisson en su teoría del calor relaciona las variaciones de volumen v y de presión p de un gas ideal en una transformación adiabática (proceso reversible que se desarrolla sin intercambio de calor con el exterior). El gas ideal es

un modelo teórico, formado por partículas que no interactúa y presentan desplazamientos aleatorios. Dulong demostró que la dilatación de sólidos no es proporcional a la temperatura, y en su ley de enfriamiento consideró las radiaciones del cuerpo y el ambiente, la forma, la masa, la naturaleza del cuerpo, superficie y sus propiedades. El efecto Peltier, del francés Jean Peltier demostró que haciendo pasar una corriente por un circuito, formados por dos materiales diferentes, en una unión estos emiten calor (80°C) y en otro absorben calor (10°C), cuando se invierte la polaridad eléctrica también se invierte el efecto en las uniones de los materiales. John Herapath crea la base de la cinética de gases, expresa que los movimientos internos de un cuerpo que producen el calor son debidos a átomos indeformables y duros; sólidos y fluidos también son átomos que pueden estar asociados, donde los segundos tienen libertad de movimiento; la expansión de un gas no es por repulsión de sus partículas, es debida a la presión y la temperatura. Michael Faraday estudia la difusión de gases y licuado de gases. Despretz argumentó que el calor de vaporización es inversamente proporcional a la densidad del vapor en la temperatura de ebullición. Poiseuille determinó el flujo laminar que lleva su nombre

$$\Delta P = \frac{8\mu LQ}{\pi r^4}$$

donde:

ΔP es la caída de presión

L es la longitud del tubo

μ es la viscosidad dinámica

Q es la tasa volumétrica de flujo

r es el radio

π es pi

Henry Hess enunció que el calor desprendido en una reacción química no depende de las etapas en que se haya realizado el proceso.

Actividad

Relaciona ambas columnas colocando en el paréntesis la letra correspondiente a la respuesta correcta:

- | | | |
|---------------------|-----|--|
| (a) Poiseuille | () | 1. El punto de congelación de una sustancia disminuye en función de la concentración de la solución. |
| (b) Michael Faraday | | |
| (c) Poisson | () | 2. Estudia el movimiento interno de las sustancias, ocasionados por choques elásticos de partículas. |
| (d) Brown | | |
| (e) Blagden | () | 3. Estudió la difusión de los gases y licuado de gases. |
| | () | 4. Determinó el flujo laminar. |
| | () | 5. Estudió los gases ideales. |

Solución: 1(e), 2(d), 3(b), 4(a), 5(c).

4.3. Tercera época: el desarrollo termodinámico y relativista

Nicolás Léonard Sadi Carnot, reconoce que no se puede producir trabajo sin un diferencial de dos fuentes, una fría y la otra caliente; depende del transporte calórico su potencial motriz: se puede, pues, considerar en tesis general que la potencia motriz se conserva en cantidad invariable en la naturaleza, que no puede ser nunca verdaderamente producida ni destruida. En verdad, cambia de forma..., pero no es jamás aniquilada.

Luz, masa y energía

Newton, Copérnico, Galileo ... Maxwell Lorenz hasta el año milagroso 1905 de Einstein, el espacio y el tiempo fueron considerados indeformables, inmutables y distintos. Einstein demuestra que se trata de un espacio-tiempo en donde las cosas existen en diferentes estados de la materia y magnitud, donde la velocidad de la luz es vista como límite cósmico y constante universal. En esta época la matemática es el rasgo distintivo en el desarrollo de la ciencia. A las ecuaciones fundamentales se les llama leyes que rigen el universo todo. Estas ecuaciones para existir deben apoyarse en parámetros invariantes que existen en el espacio-tiempo. Las leyes de Newton fueron concebidas con un espacio y tiempo invariante, son válidas en sistemas inerciales a velocidades muy bajas respecto de la velocidad de la luz c . Pero a velocidades altas cercanas a/o igual a c , como el caso dentro de un acelerador de partículas, su comportamiento matemático corresponde a las ecuaciones de Einstein. Las matemáticas son el nuevo observatorio de la naturaleza y hacen que podamos ver con otros ojos la existencia física en forma de estructuras de información, es una imagen inmortal, indestructible, interactiva, ontológica formada por unidades llamadas mónadas, definido por números potentes y hermosos.² Las mónadas, esas partículas infinitesimales que expresan el espíritu de las cosas. Todos nosotros

habitamos un maravilloso mundo de singular espacio-tiempo. Nuestro ser es individual, formado de singularidades matemáticas: autónomas, originales, de dominios de frecuencia dimensionales vía matemática de Fourier, de arquitectura lógica imperecedera, es decir, la arquitectura material es resultado de capas subyacentes de estructuras matemáticas que evolucionan como la química del universo y hacen tender al mismo lejos del equilibrio a un mayor desorden de la materia. ¿Qué es la materia?, la matemática la define como energía dimensional: energía que existe en el dominio del espacio-tiempo en forma de ondas de energía en lo multidimensional del dominio de frecuencia. Son nómadas de enorme variedad de frecuencias matemática (cuerdas), las cuales las podemos modelar como formas de onda de series de senos y cosenos y números complejos. La matemática de Fourier provee soluciones intratables por dualismo cartesiano, estas cuerdas que dan forma y explican la interacción de la materia replantean la idea de multiuniversos. Las frecuencias medias son justo frecuencias en el dominio Fourier de armónicos, ahora un cuerpo material es expresado en forma alternativa por representación matemática de vibraciones que son la información de lo que está hecho el mundo. El caso más famoso que inauguró la observación física matemática es el asombroso descubrimiento de Plutón mediante modelo de información matemática.

4.3.1. Transformaciones de Galileo

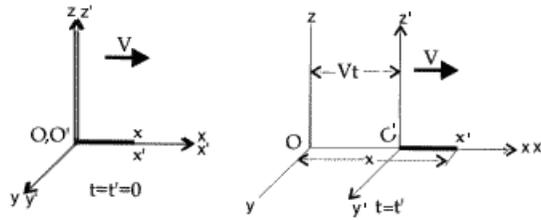


Fig. 2. Dos sistemas inerciales a velocidad distinta

El concepto de transformación matemática asocia observaciones realizadas en sistemas de referencia distintos. La transformación más simple es la identidad, es decir dos observadores situados en el mismo punto sistema, entonces las coordenadas espacio-tiempo son:

$$x' = x$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Para nuestro análisis, usaremos un sistema de coordenadas cuyos orígenes están separados por una distancia fija vt . Supongamos dos sistemas de referencia O y O'. El sistema O' en reposo y el sistema O moviéndose con velocidad constante v ($v \ll c$) con respecto a O'. El eje x de O desliza sobre x' de O' y los ejes y y x de ambos sistemas se mantienen paralelos.

En este tipo de sistemas en los que $v \ll c$ el tiempo y la longitud se conservan en ambos sistemas. Es decir, si en un reloj situado en O' han pasado 35 segundos, en otro reloj situado en O y sincronizado con el anterior también habrán pasado 35

segundos a pesar de que un sistema se desplace con respecto al otro (o por lo menos la diferencia es tan pequeña que se puede despreciar). Lo mismo podemos decir para la longitud, como observas en las figuras. Si tenemos un punto situado a una distancia x (sobre el eje x del sistema O), en el sistema O' las coordenadas de ese punto serán $x'=x-vt$ (vt representa el desplazamiento de O con respecto a O'). Esto lo podemos resumir en el siguiente sistema conocido como transformaciones galileanas³:

$$x'=x-vt$$

$$y'=y$$

$$z'=z$$

$$t'=t$$

Estas transformaciones son válidas siempre que $v \ll c$

Newton no define el espacio y el tiempo, ni movimiento, pues según sus palabras son palabras conocidas por todos. Y dice en su tratado de *Philosophiae Naturalis principia mathematica*:

“El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí mismo por su propia naturaleza, fluye de una manera ecuable y sin relación alguna con nada externo y, se conoce también con el nombre de duración; el tiempo relativo, aparente y común es una medida sensible y externa (ya sea exacta e inecuable) de la duración por medio del movimiento, y se utiliza corrientemente en lugar del tiempo verdadero; ejemplo de ello son la hora, el día, el mes el año.

El espacio absoluto, por su propia naturaleza y sin relación alguna con nada externo, permanece similar e inmóvil. El espacio relativo es una dimensión o medida movable de los espacios absolutos que nuestros sentidos determinan de acuerdo con su posición con respecto a los cuerpos y que por lo común se toma como espacio inmóvil; tal es la dimensión de un espacio subterráneo, aéreo o celeste, determinado a través de su posición con respecto a la Tierra. El espacio absoluto y el relativo son iguales en forma y magnitud, pero no siempre coinciden numéricamente, un espacio cualquiera de nuestro aire, que relativamente a la Tierra y con respecto a la Tierra permanece siempre igual, en un momento dado ocupa una cierta parte del espacio absoluto por el que atraviesa el aire; en otra parte ocupará otra parte distinta del mismo y así entendido su sentido absoluto, irá modificándose continuamente.”⁴

4.3.2. Transformadas de Lorentz

Lorentz en 1900 observó que las ecuaciones de Maxwell resultaban invariantes bajo sus ecuaciones de transformación. Lorentz pensó que la hipótesis del éter era correcta y aunque su conjunto de ecuaciones parecían correctas, faltaba la interpretación física que más tarde Albert Einstein en su teoría de la relatividad especial o restringida, publicada en 1905. Es importante saber que Lorentz publicó sus ecuaciones en 1904, y es reconocido como el que sentó las bases matemáticas para resolver las inconsistencias entre el electromagnetismo y la mecánica clásica. (no está claro si Einstein conocía el experimento de Michelson-Morley, y probablemente llega al segundo postulado de la relatividad especial por su creencia de que no había que corregir las ecuaciones de Maxwell).

4.3.3. Postulados de la relatividad especial

- I.- Los modelos matemáticos de las leyes de la naturaleza en todos los sistemas de referencia inerciales son los mismos.
- II.- La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los sistemas de referencia inerciales.

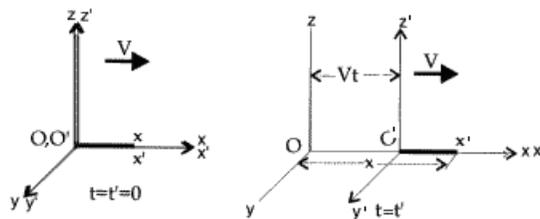


Fig. 2. Teoría de la relatividad y transformación de Lorentz.

Apoyándonos en la figura anterior, expondremos la teoría de la relatividad especial de Einstein. El primer paso es determinar las transformaciones que conectan a los sistemas inerciales en movimiento relativo. Consideremos dos sistemas, con dos perspectivas de observación O y O' , donde O' se desplaza sobre el **eje x** con velocidad v constante (ver Fig. 2). Cada observador construye sus coordenadas (x, y, z, t) y (x', y', z', t') ; y con respecto de un mismo punto se determinan las ecuaciones de transformación.

$$x' \text{ con respecto de } x: \quad x' = \lambda(x - vt) \quad (1)$$

$$x \text{ con respecto de } x': \quad x = \lambda(x' + vt') \quad (2)$$

donde λ es independiente de las coordenadas espacio-tiempo del suceso, es un factor de proporcionalidad, si sustituimos la ecuación **1** en la **2**.

$$x = \lambda(\lambda(x - vt) + vt')$$

$$x = \lambda(\lambda x - \lambda vt + vt')$$

$$x = \lambda^2 x - \lambda^2 vt + \lambda vt' \quad \text{despejando con respecto de } t'$$

$$-\lambda vt' = \lambda^2 x - x - \lambda^2 vt$$

$$t' = -\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda v} x + \frac{\lambda^2 vt}{\lambda v}$$

$$t' = -\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda v} x + \frac{\lambda t}{\lambda v}$$

$$t' = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} x \right) \quad (3)$$

De acuerdo con el postulado II de la relatividad especial, el valor de c en el vacío es constante. Si en ambos sistemas de observación c es igual: $x = ct$, $x' = ct'$ sustituimos esto en la ec. 1 en la ec. 3

$$ct' = \lambda(ct - vt) \quad (4)$$

$$t' = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct \right) \quad (5)$$

de ec . (4) despejamos t'

$$t' = \frac{\lambda}{c} (ct - vt) \quad (6)$$

igualamos las ecuaciones 5 y 6.

$$\frac{\lambda}{c} (ct - vt) = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct \right)$$

$$t - \frac{vt}{c} = t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct$$

$$-\frac{vt}{c} = -\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct$$

$$-\frac{vt}{c} = -\frac{\lambda^2 ct - ct}{\lambda^2 v}$$

$$-\frac{\lambda^2 v^2 t}{c} = -\frac{\lambda^2 ct - ct}{\lambda^2 v}$$

$$-\frac{\lambda^2 v^2 t}{c} + \lambda^2 ct = -\frac{-ct}{\lambda^2 v}$$

$$-\lambda^2 \left(\frac{v^2 t}{c} - ct \right) = ct$$

$$\lambda^2 \left(\frac{v^2 t}{c} - ct \right) = -ct$$

$$\lambda^2 = \frac{-ct}{\left(\frac{v^2 t}{c} - ct\right)} = \frac{ct}{\left(-\frac{v^2 t}{c} + ct\right)} = \frac{ct}{\left(ct - \frac{v^2 t}{c}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\lambda^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8) \text{ conocido como factor Lorentz}$$

sustituir λ en la ecuación 3

$$t' = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} x \right) \quad (3)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1}{\frac{v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{\frac{1 - (1 - \frac{v^2}{c^2})}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\frac{v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{1 - (1 - \frac{v^2}{c^2})}{v} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{xy^2}{c^2} \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{xy}{c^2} \right) = \frac{\left(t - \frac{xy}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{\left(t - \frac{xy}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

sustituir λ en la ecuación 1

$$x' = \lambda(x - vt)$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Así como en las transformadas galileanas, las coordenadas con y sin prima correspondientes a los ejes perpendiculares a la dirección del movimiento relativo de los sistemas son iguales por no existir desplazamiento en estos ejes –homogeneidad e isotropía del espacio–.

$$t' = \lambda \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad (9)$$

$$x' = \lambda(x - vt) \quad (10)$$

$$y' = y$$

$$z'=z$$

donde

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

El tiempo es tratado matemáticamente como una “cuarta dimensión espacial” que depende de la velocidad v relativa entre los dos observadores, el **factor Lorentz** cuando el valor de v es muy pequeño respecto de c , este factor tiende a uno – se aproxima a las transformaciones galileanas-, cuando v tiende a c , el valor de λ tiende a infinito.

4.3.4. Dilatación del tiempo

Si un reloj permanece en O y otro se mueve con velocidad v en respecto de O' , la separación espacial es:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) = vT; \quad \text{donde } T = t_2 - t_1$$

Sustituyendo esto en la ecuación 9.

$$T' = t'_2 - t'_1 = \lambda ((t_2 - t_1) - v(x_2 - x_1)/c^2)$$

$$T' = \lambda (T - v(vT)/c^2) = T \lambda (1 - (v^2/c^2))$$

$$\text{Como } \lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = a \cdot a^{-1/2} = \sqrt{a}$$

$$T' = T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Despejando T

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \lambda T'$$

Por ello, cuando $v \ll c$, λ es aproximadamente igual a uno, pero cuando v crece y hace que λ sea mayor que uno, el intervalo T es mayor que el intervalo T'.

4.3.5. Contracción del espacio

Al medir la longitud en los dos sistemas inerciales del análisis anterior, $L = x_2 - x_1$, comparando con L' , se sustituye en la ecuación 10.

$$L' = x'_2 - x'_1 = \lambda[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]$$

Pero como los extremos x_2 y x_1 fueron observados en 0, simultáneamente, por lo tanto

$$t_2 - t_1 = 0.$$

$$L' = \lambda(x_2 - x_1) = \lambda L = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Despejando L:

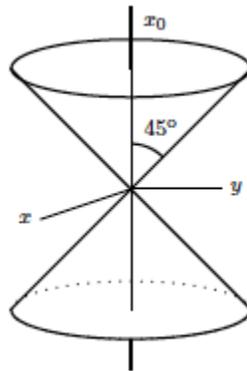
$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L'}{\lambda}$$

Cuando el objeto en su dirección de movimiento, v es muy pequeña con respecto de c , λ es aproximadamente 1 y $L=L'$, cuando v se aproxima a c , λ es mayor que uno, por ejemplo si $\lambda=2$ y $L= L'/2$, se da un acortamiento de la longitud o contracción de la longitud.

4.3.6. $E=mc^2$

Estas ecuaciones, asumen que la luz en el vacío es la máxima velocidad posible. Aquí se da la unión del espacio y el tiempo como un espacio-tiempo, se asume que la distancia recorrida en un espacio-tiempo son invariantes. Donde la luz es representada como el límite de velocidad cósmico. En este viaje por el comportamiento de la materia y la energía, el hombre ha intentado crear ecuaciones fundamentales que describan el universo entero, ecuaciones que representan la interacción sobre los existenciales de la realidad, las cantidades de las leyes físicas se expresan en términos de cantidades invariantes. Todo existencial es real en el espacio-tiempo, sus ecuaciones son estructuras de información (Software) creadas con magnitudes físicas invariantes, estas ecuaciones matemáticas de los existentes (objetos espaciotemporales). Por ejemplo, un existencial es el concepto de distancia, como longitud entre dos puntos, la distancia es representada con un único número; pero se presenta el problema de en dónde en el espacio-tiempo, para ello los físicos emplearon objetos vectoriales, en tres dimensiones o cuatro incluyendo al tiempo. El que no podamos observar por falta de formación matemática al universo, no quiere decir que la naturaleza no es así. El objeto vector no es un concepto matemático nada más, es un existencial. El vector espacio temporal de la luz tiene longitud c , y se mueve hacia el futuro, esa dirección temporal que la termodinámica expresará como un sistema irreversible. La geometría para describir la luz futura en su desplazamiento espacio-tiempo se le llama Minkowski, que representa un universo

espacio-tiempo vacío, empleando lo que se llama tensor métrico formado por $[ct, x, y, z,]$ son las coordenadas espaciales y nuestro invariante distancia (ct) .⁵ Las gráficas de Minkowski introducen a las coordenadas cartesianas una coordenada más para expresar el tiempo, en la relatividad especial la distancia entre dos puntos en 3D no es invariante. Ahora los puntos en el espacio-tiempo Minkowski no son interpretadas como coordenadas simplemente, sino como eventos o acontecimientos, puntos de universo. La recta $x = \pm ct$ se transforma en $\sqrt{x^2 + y^2} = \pm ct$ como la ecuación de cono doble, llamada cono de luz.



La conservación del momento lineal, está asociado con la velocidad y la masa de un objeto.

$$\rho = mv$$

Este vector momento lineal tiene como dirección el sentido del movimiento, la matemática alemana Emmy Noether en 1918 introduce uno de los principios fundamentales de la física, la conservación de la energía, es decir, la conservación de la energía durará para siempre como resultado de un sistema simétrico, si un objeto se mueve en el universo en cualquier dirección y las leyes de la física son las mismas para todo el universo, entonces el momento lineal se conserva en cualquier dirección⁶. La energía se conserva por que las leyes físicas no cambian en el tiempo, se cree excepto en la proximidad de un agujero negro.

La **masa** la expresamos como la cantidad de materia que forma un existencial (objeto), es decir, los objetos son más pesados si tienen más masa, el peso es proporcional a la masa. Newton predijo que **la $F=ma$** , es decir, si empujamos una cosa con una fuerza **F**, esa cosa se acelera con magnitud **a**. Si queremos calcular la masa de esa cosa, solo necesitamos medir cuánta fuerza es necesaria para producir esa aceleración **a**. La masa es atributo intrínseco de un existencial (objeto), no hemos definido qué es, pero ya podemos medirle, y para cualquier observador es la misma cantidad en el espacio-tiempo. Cosas grandes a baja velocidad pueden tener el mismo momento lineal que cosas pequeñas y rápidas, pero ambas pueden transferir un momento lineal a moléculas o a planetas, si pudiéramos inventariar a donde se va todo el momento lineal de una bala disparada al aire, es en las propias moléculas del aire donde encontraríamos parte de la transferencia del momento lineal. Es decir, la suma de todos el momento lineal del sistema se conserva constante.

La energía no posee dirección, es un escalar, ¿podemos extraer energía de la nada? Tesla creía que podía extraer energía del vacío (no del todo vacío, con líneas de campo de fuerza eléctrico o magnético). La energía es algo transformable en el cómo se presenta, sin embargo, independientemente de las interacciones de un sistema, la suma de la energía es constante porque las leyes físicas no cambian en el tiempo. La conservación de la energía es expresada como movimiento de rotación, calor o algo almacenado como un combustible que en una reacción libera su energía. La energía asociada al movimiento la física la llama energía cinética.

El trabajo realizado sobre un cuerpo a lo largo del camino que lo mueve en x_{1-0} , se convierte en energía cinética del cuerpo, K , la fuerza modifica la cantidad de movimiento, y la cantidad de movimiento depende de la masa que cambia en velocidad. De modo que la energía cinética se puede expresar como:

$$W = \int_{x_0}^{x_1} F dx$$

$$F = \frac{d\rho}{dt}$$

El trabajo se transforma en energía cinética:

$$K = \int \frac{d\rho}{dt} dx$$

$$K = \int \frac{dx}{dt} d\rho$$

$$K = \int v d\rho$$

Si la cantidad de movimiento mecánico relativista es:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{v}$$

La cantidad de movimiento (ímpetu o momentum) es una la cantidad de movimiento que depende de la masa y el cambio en la velocidad. Para el caso relativista se emplea el **factor Lorentz**.

Entonces:

$$\frac{d\rho}{dv} = m_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$d\rho = m_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} dv$$

$$K = \int m_0 \frac{v}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} dv$$

Integrando desde el reposo hasta que la fuerza deja de actuar:

$$K = \left| m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right|_0^{v_1}$$

$$K = m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Pero a alta velocidad:

$$K = m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - m_0 c^2$$

$$K = m_0 \gamma c^2 - m_0 c^2$$

$$K = mc^2 - m_0 c^2$$

$$K = (m - m_0)c^2 \quad \text{a)}$$

y como la energía cinética en reposo del cuerpo es la energía de la masa en reposo:

$$E_0 = m_0 c^2 \quad \text{b)}$$

Sumando energía cinética del cuerpo a) y la energía en reposo b): $K + E_0 =$

$$E = mc^2$$

Ejemplos:

La aceleración de un ciclista es de 2.3 m/s^2 y la masa total de la bicicleta y la persona corresponde a 92 Kg . ¿Cuál es la fuerza que se aplica sobre el ciclista y bicicleta?

Solución:

$$F = ma$$

$$F = (92 \text{ kg})(2.3 \text{ m/s}^2)$$

$$F = 211.6 \text{ N}$$

Considera que un vehículo de 1200 Kg se jala con una cuerda especial con una fuerza de 1800 N . Determina la aceleración que desarrollara el vehículo.

Solución:

$F = ma$, despejamos aceleración

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{1800 \text{ N}}{1200 \text{ kg}}$$

$$a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

La familia González tiene en su hogar un trio de mascotas French pool; cuyos nombres y masas son los siguientes milko de 9.5 kg , nala de 8 kg y gordo de 7.5 kg . ¿Cuál es la mascota que presenta menor peso?

Solución:

Si $w = mg$

$$m_{\text{milko}} = 9.5 \text{ kg}$$

$$w_{\text{milko}} = (9.5 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 93.1 \text{ J}$$

$$m_{\text{nala}} = 8 \text{ kg}$$

$$w_{\text{nala}} = (8 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 78.4 \text{ J}$$

$$m_{\text{gordo}} = 7.5 \text{ kg}$$

$$w_{\text{gordo}} = (7.5 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 73.5 \text{ J}$$

Comparando los pesos de las macotas, tenemos que gordo es el de menor peso.

4.4. La termodinámica

Esta ecuación significa que la energía es una magnitud que se conserva, la masa del objeto es un potencial de energía, o que es posible crear nueva materia a partir de energía. Antes de esta ecuación nadie podría imaginarse que la masa se pudiera transformar en energía, la masa y la energía son manifestaciones de la misma cosa. El espacio y el tiempo los une Einstein al igual que la masa y la energía. $E = mc^2$ en esta ecuación, c es la velocidad de las partículas sin masa, como se especula para el fotón. Estas partículas de masa cero están obligadas a moverse en el universo a la velocidad límite cosmológica, la de la luz. Además esta ecuación expresa que aún para partículas con masa muy pequeñas, como la velocidad de la luz es muy grande, refiere que masas muy pequeñas acumulan una energía gigantesca.

La historia del universo mismo es la de sistemas termodinámicos, regiones del espacio con frontera y volumen real o imaginario. Sistemas y fronteras gobernados por la ley de la conservación de la energía total del sistema aislado en un instante es igual a su energía total en cualquier otro instante. Las fronteras son ese contorno, membrana de intercambio de materia y energía. Si el sistema no intercambia energía ni materia con su entorno decimos que es aislado, si solo intercambia energía es cerrado y si lo hace para materia y energía es abierto. El sistema termodinámico es descrito en términos de variables de estado, y a su ecuación funcional de sus parámetros es llamada ecuación de estado, gobernadas por las leyes de la termodinámica:

Primera ley de la termodinámica: La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma en sus diversas formas en que se presenta en el universo. Es decir, la energía se conserva, en cualquier combinación de funciones de estado es una función de estado (**entalpía**), es decir, depende de sus propiedades actuales o estado, no de cómo alcanzo ese estado. La energía total de un sistema cerrado en un instante es igual al total en cualquier otro

instante. Es decir, la energía de un sistema es su masa por el cuadrado de la velocidad de la luz $E=mc^2$. Lo mismo ocurre para la segunda ley de Newton, son igualdades que expresan conservación de energía en un sistema con movimientos térmicos aleatorios de partículas.

Segunda ley de la termodinámica: Cuando un sistema termodinámico en sus procesos espontáneos afirma una desigualdad, es una tendencia de desorden (entropía) del universo, aleatoriedad del sistema en grados crecientes de desorden. Los sistemas termodinámicos en general tiende a hacerse cada vez más en su evolución futura de sus procesos dinámicos más y más aleatorios, menos y menos reversibles en el tiempo, es decir un aumento de entropía con el paso del tiempo.

Las leyes de movimiento de Newton para una esfera de navidad que cae con una aceleración de gravedad g , nos describen como se comportan cada una de las partículas que forman la esfera en el tiempo, si regresamos el tiempo son perfectamente reversibles los efectos determinados por las ecuaciones de este movimiento. Esta idea de compatibilidad reversible newtoniana es incompatible con la segunda ley de la termodinámica que establece que las partículas de la esfera en su posibilidad realista evolucionen en el tiempo de manera cercana a grados mayores de aleatoriedad (de entropía), con lo que hace imposible hacer reversible cada estado del sistema. Esta idea nos dice que las partículas de la realidad se están desordenando con el paso del tiempo, disminuyendo la cantidad de información del sistema y creando una mayor entropía para el mismo. La biología genética es un sistema termodinámico que en apariencia contradice la segunda ley, por su aparente tendencia al orden de un código (información) estable que optimiza la adaptación de los seres vivos con su entorno, pero es el cáncer esa apariencia, es esa entropía que en un sentido es un mecanismo de dados aleatorios en la búsqueda de una mejor adaptación.

Si la **entropía** aumenta con el tiempo, en sentido inverso debe estar disminuyendo como algo simétrico, esta idea viola la segunda ley de la termodinámica que establece la irreversibilidad de la dinámica newtoniana, esta ley no es origen o consecuencia de las leyes dinámicas de Newton. Una manera de ver esta idea es reconocer a la entropía como la sumatoria de estados a partir de un estado original en que los estados son el recuento de posibilidades, de acuerdo con el físico Ludwig Boltzmann⁷

$$S = k \ln W$$

S es la energía de un sistema calculada como entropía estadística, donde **k** es la constante de Boltzmann de $1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ (**J W** es Joules por Kelvin unidad de entropía) y **W** es el número de microestados. **W** son el número de formas en las cuales las partículas se pueden ordenar donde la energía total del sistema es constante, cada microestado es un instante en la distribución de las partículas. Por ello la entropía es una medida de probabilidades de los diferentes órdenes de estado de las partículas. Son números muy grandes la entropía, para ello se emplea el logaritmo natural, un algoritmo natural es log de base 10

$$\log_{10}(AB) = \log_{10} A + \log_{10} B$$

El logaritmo nos dice que la entropía total de un sistema es la suma de las partes individuales del sistema como algo proporcional al logaritmo del número de maneras que puede configurarse el estado del sistema.

Si distribuimos un grupo de **n** partículas en un espacio con fronteras y cada partícula para definir su posición se requiere de tres coordenadas **q**, decimos que el sistema es de tres dimensiones, es decir, de tres grados de libertad. Así que **3n** coordenadas configuran al sistema en un solo estado. Estos espacios geométricos no son un

espacio-tiempo (4 dimensiones) es un espacio de fases **P**, que agrega dimensiones de movimiento como la del *momento* (masa por velocidad). Podemos decir que un sistema está referenciado por **q** coordenadas dentro de **P**. El espacio fase **P**, es un campo de curvas que describen la evolución futura de cada posición **q**.

Veamos un ejemplo de la aplicación de la primera ley de la termodinámica:

Si consideras un sistema cerrado como lo es un cilindro que presenta un émbolo al cual se le suministra 180 calorías y desarrolla un trabajo de 280 joules. Calcula la energía interna que presenta el sistema en mención:

Solución:

Datos

$$Q = 180\text{cal} = 753.13\text{J}$$

$$W = 280\text{J}$$

$$\Delta U = ?$$

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = 753.13\text{J} - 280\text{J}$$

$$\Delta U = 473.13\text{J}$$

La primera ley de la termodinámica se aplica a todo proceso de la naturaleza que parte de un estado de equilibrio y termina en otro⁸.

4.5. Trabajo

Para sistemas cerrados la energía se transfiere por medio de trabajo (**W**) y calor. El trabajo mecánico corresponde a la energía que produce al moverse con una fuerza aplicada en la dirección del desplazamiento por la magnitud de la distancia recorrida. Es decir fuerza por distancia recorrida:

$$W = Fd$$

La energía transferida hacia un objeto o sistema, es el trabajo **W**, será positivo el trabajo si la energía sale del sistema, negativo para el caso que gana energía. Quiere decir que trabajo es energía en transferencia. No se confunda con la energía interna

de un objeto, esta última está relacionada con la masa que contiene el cuerpo. El trabajo es energía disponible para ser convertida en otra forma. Las unidades son $N \cdot m = \text{Joule}$.

Veamos un ejemplo:

Se empuja una mesa a una distancia de 2.4m a lo largo de una superficie horizontal por medio de una fuerza de 500N la fuerza de fricción dinámica que se presenta entre la mesa y la superficie horizontal es de 95N. Determina:

- El trabajo que se desarrolla si se aplica una fuerza de 500N
- El trabajo que realiza la fuerza de fricción
- El trabajo neto que se realizó sobre la mesa

Solución:

Datos

$$\begin{aligned} a) \quad F_1 &= 500N & W_1 &= F_1 d \\ f &= 95N & W_1 &= (500N)(2.4m) \\ d &= 2.4m & W_1 &= 1200J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad F_1 &= 500N & W &= fd \cos \theta \\ f &= 95N & W_2 &= (95N)(2.4m) \cos 180^\circ \\ d &= 2.4m & W_2 &= -228J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad W_1 &= 1200J & W_T &= W_1 + W_2 \\ W_2 &= -228J & W_T &= 1200J - 228J \\ W_T &=? & W_T &= 972J \end{aligned}$$

4.6. Cálculo de la energía cinética

El trabajo observado para una fuerza aplicada a un sistema de movimiento rectilíneo, es transferido como energía cinética K , expresada como

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Es una magnitud escalar que depende de la masa y su velocidad. El trabajo neto efectuado por la fuerza resultante, es igual a al cambio ΔK de la energía cinética del objeto. Para velocidades V_0 inicial y V_1 final.

$$W_{neto} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Ejemplo 1: Calcule el trabajo mecánico para una fuerza constante de 10N y una distancia de 1m.

Solución:

$$W = F \cdot d$$

$$W = (10N) \cdot (1m) = 10J$$

Ejemplo 2: Calcule el trabajo mecánico para una masa de 15 kg, acelerado a $2m/s^2$ una distancia de un metro.

Solución:

$$W = m \cdot a \cdot d$$

$$W = (15kg) \cdot (2m/s^2) \cdot (1m) = 30J$$

Ejemplo 3: Calcule la energía cinética para una masa de 20 kg con una velocidad de 1m/s.

Solución:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}(20\text{kg})(10\text{m/s})^2 = 1\text{kJ}$$

Ejemplo 4: Calcule la energía cinética rotacional de un objeto con momento inercial de 10kgm^2 con velocidad angular de 3rad/s .

Solución:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2}(10\text{kgm}^2)(3\text{rad/s})^2 = 45\text{J}$$

El rozamiento se presenta cuando un objeto se mueve sobre su apoyo, es una fuerza que se crea con el contacto, esta fuerza de rozamiento o también llamada fuerza de fricción. La fuerza de rozamiento estático es

$$f = \mu_e F_n$$

Donde μ_e es el coeficiente de rozamiento estático, es valor en función de las propiedades de las superficies en contacto, es la oposición al movimiento en estado de reposo de un cuerpo; F_n es la fuerza normal en la que aplica los efectos gravitatorios.

El coeficiente de rozamiento cinético μ_c depende de las propiedades de las superficies de contacto, es la resistencia cuando el objeto ya esté en movimiento.

$$f = \mu_c F_n$$

Ejemplo 5: Calcule la fuerza de rozamiento para un $\mu_e=0.6$ y una fuerza normal

$$F_n=10N.$$

Solución:

$$f = \mu_e F_n$$

$$f = (0.6)(10N) = 6N$$

Ejemplo 6: Calcule la fuerza normal para μ_c un =0.4 y una fuerza normal $F_n=6N$.

Solución:

$$f = \mu_c F_n$$

$$F_n = \frac{\mu_c}{f}$$

$$F_n = \frac{0.4}{6N} = 15N$$

4.7. Cálculo de la energía potencial

La energía debida a la posición de un cuerpo es la energía potencial o energía potencial gravitatoria. Es la energía en función de la configuración de espacial de un sistema

$$U_p = mgh$$

Ejemplos:

1. En el laboratorio de química se encuentran anaqueles de 1.4m de altura y 2m de largo, en los cuales se ordenan alfabéticamente las sustancias química a utilizar durante una práctica. El frasco de 2kg de hidróxido de sodio se encuentra en la parte más alta del anaquel. Determina la energía potencial que presenta dicho frasco, con respecto al piso.

Solución

$$m = 2kg$$

$$U_p = mgh$$

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$U_p = (2kg)(9.8 \frac{m}{s^2})(1.4m)$$

$$h = 1.4m$$

$$U_p = 27.44J$$

2. Sergio Armando Rodríguez con una masa de 105kg y una estatura de 1.83m es un fisiculturista que realiza ejercicios para fortalecer los bicep, levantando una barra de 60kg a una altura de 1.70m. Determina el trabajo que realiza y la energía potencial que desarrolla durante el levantamiento de dicha barra, como se muestra en la imagen.

Solución

$$T = Fd = wh = mgh$$

$$T = (105kg)(9.8 \frac{m}{s^2})(1.7m)$$

$$T = 1749.3J$$

$$U_p = mgh$$

$$U_p = (105\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(1.7\text{m})$$

$$U_p = 1749.3\text{J}$$

4.8. Problemario

I. Relaciona ambas columnas colocando en el paréntesis la letra correspondiente a la respuesta correcta:

- | | | |
|-------------------|-----|--|
| (a) Lomonosov | () | 1. Desarrolló la noción física de trabajo, potencia de movimiento y energía. |
| (b) Guericke | () | 2. Publica la ley de proporción entre presión y el volumen de los gases. |
| (c) Hooke | () | 3. Desarrolla la ley de proporcionalidad de volumen y presión de gases. |
| (d) Newton | () | 4. Publicó la ley mecánica del calor |
| (e) Edme Mariotte | () | 5. Creó un anemómetro. |
| (f) Bernoulli | () | 6. Diseña ideográficos de mediciones de propagación de calorimetría. |
| (g) Keppler | () | 7. Creó el pirómetro. |
| (h) Leibnitz | () | 8. Formula los estudios de la termodinámica |
| (i) Robert Boyle | () | 9. Postula la ley de la conservación de la materia. |
| (j) Sturm | () | 10. Crea las bases de la maquina neumática y el barómetro de agua. |

II. Analiza cada uno de los enunciados y subraya la respuesta correcta:

1. Publicó la teoría de la tensión superficial para explicar fenómenos de capilaridad:

- a) Young Thomas b) Poiseuille c) Dulong d) Poisson

2. Crea la base de la cinética de gases:

- a) Gay-Lussac b) John Herapathn c) Borda d)
Lavoisier

3. Dijo que el calor libre es el calor que se propaga de un cuerpo a otro:

- a) Ampere b) Lavoisier c) Borda d) Gay-Lussac

4. Nos dice que todos los gases expuestos a temperaturas iguales bajo la misma presión se dilatan en la misma cantidad:

- a) John Herapathn b) Gay-Lussac c) Lavoisier d)
Ampere

5. Inicia el estudio en la termodinámica del cosmos:

- a) Rochon b) Gay-Lussac c) Borda d) Fourier

III. contesta brevemente lo que se te pide:

1. ¿Cómo es vista la velocidad de la luz en el año milagroso de Einstein?

2. ¿Cómo le llamaban a las ecuaciones fundamentales?

3. ¿En qué sistemas son válidas las Leyes de Newton?

4. ¿En que sistemas son válidas las ecuaciones de Einstein?

5. ¿Cómo define la Matemática a la materia?

6. ¿Cuál es el caso más famoso que inauguró la observación física matemática?

IV. Ejercicios

1. La Señora Bertha tiene un bebé de 5kg, lo lleva al patio de su casa en una andadera que pesa 7kg; para mantener en movimiento la andadera se le aplica una fuerza de 3.5N. Calcule la aceleración que adquiere la andadera.
2. Diana presenta una estatura 1.78m y 74kg de masa. Calcula su peso:
3. Una caja de 35kg se encuentra sobre una superficie horizontal siendo su coeficiente de fricción estático (μ_e) de 0.2 y su coeficiente de fricción cinético (μ_c) es de 0.1; se aplica una fuerza de 12N dirigida 35° sobre la horizontal. Determina la fuerza de fricción estática y dinámica.
4. Un bloque de libros de masa 14.8kg se desliza a una velocidad constante sobre una mesa de trabajo, con un coeficiente de fricción cinético de 0.2. Cuál es la fuerza que se aplicó?
5. Una fuerza continua de 40N se aplica formando un ángulo de 40° con la horizontal, a un objeto de 35kg masa. ¿Cuál es la velocidad del objeto después de que ha recorrido una distancia de 1.5m?
6. ¿Cuál es la energía cinética de un móvil de 32kg, si este se mueve a una velocidad de 8km/h?
7. Determina la energía cinética de un móvil de 1530kg que se mueve con una rapidez de 60m/s.
8. Determina el trabajo realizado de un objeto de 15N, el cual es levantado a una altura de 0.95m.
9. Un objeto de 30N es jalado de forma horizontal con una fuerza de 8N en ausencia de la fuerza de fricción y este logra desplazarse 1.8m con una velocidad constante. Calcula el trabajo realizado por dicha fuerza.

10. Un objeto de 8N es jalado con una fuerza de 7N que forma un ángulo de 40° respecto a la horizontal y en dirección del movimiento. Determine el trabajo realizado si se logra desplazar 3m el objeto.
11. Francisco levanta pesas de 392N del suelo hasta la altura de 1.8m. Determine el trabajo desarrollado.
12. Un futbolista lanza un balón que pesa 4.4 N a una velocidad de 12m/s. Cuál es la energía cinética que presenta el balón?
13. Determina la masa de un objeto que se encuentra a una altura de 3m con una energía potencial de 1200J.
14. Cuál es la energía potencial de una caja de 3kg, si se levanta a una altura de 2.5m.
15. Una Ultrabook de 1.1kg es elevada a una altura de 1.4m. Determina la energía potencial que presenta.

4.9. Autoevaluación

I. Analiza cada uno de los enunciados y subraya la respuesta correcta:

1. Diseñó el modelo que describe el calor como movimiento de partículas pequeñas que forman los cuerpos.

- a) Descartes b) Lagrange c) Somerset d) Celcius

2. Creó la máquina de vapor moderna

- a) Lagrange b) Toricelli c) Somerset d) Huyghens

3. Inventó el barómetro de mercurio y el aerómetro

- a) Celcius b) Toricelli c) Somerset d) Huyghens

4. Perfecciona la máquina neumática:

- a) Descartes b) Toricelli c) Somerset d) Huyghens

5. Perfeccionó las escalas de temperatura

- a) Roemer b) Celcius c) Huyghens d) Lagrange

6. Dio el concepto de esfuerzo y trabajo

- a) Roemer b) Celcius c) Euler d) Lagrange

7. Perfeccionó la escala internacional de la temperatura

- a) Roemer b) Celcius c) Descartes d) Lagrange

8. Introduce el principio de conservación del trabajo

- a) Huyghens b) Celcius c) Euler d) Lagrange

II. Relaciona ambas columnas colocando en el paréntesis la letra correspondiente a la respuesta correcta:

- | | | |
|----------------------|-----|---|
| a. Henry Hess | () | 1. Calcula la fuerza de aceleración de gravedad. |
| b. Benjamin Thompson | | |
| c. John Dalton | | |
| d. Robert Stephenson | () | 2. Considera al calor como movimiento transformable. |
| e. Fourier | | |
| f. Borda | | |
| g. Ampere | () | 3. Definió el concepto de afinidad química. |
| h. Dulong | | |
| | () | 4. Modeló la propagación del calor |
| | () | 5. Acepta que el calor es movimiento y fortalece la hipótesis de Avogadro. |
| | () | 6. Construye la primera locomotora. |
| | () | 7. Demostró que la dilatación de sólidos no es proporcional a la temperatura. |
| | () | 8. Enuncia que el calor desprendido en una reacción química no depende de las etapas en que se haya realizado el proceso. |

III. Analiza y desarrolla correctamente los siguientes ejercicios:

1. Una persona de 64kg se mueve 3m de forma horizontal sin rozamiento, al aplicarle una fuerza horizontal de 42N. Calcula el trabajo desarrollado y la energía potencial del cuerpo?
2. En un fin de semana la señora Lidia de 60años con una masa de 70kg y una estatura de 1.59m, se encuentra lavando en su casa, en cada tiempo de lavado ella llena una cubeta de 40kg y la tiene que subir a la azotea a tender, para que esta se seque. La altura de su casa es de 2.8m. Calcula el trabajo desarrollado por cada tiempo de lavado.

4.10. Soluciones del problemario

I. 1.(g), 2.(e), 3.(i), 4.(h), 5.(c), 6.(j), 7. (d), 8. (f), 9.(a), 10. (b).

II. 1 (a), 2(b), 3(b), 4(b), 5(a)

III. 1.R: Límite cósmico y constante., 2.R: Leyes que rigen el universo todo, 3. R: En sistemas inerciales a velocidades muy bajas respecto a la velocidad de la luz c . 4. R: En sistemas inerciales a velocidades altas cercanas a/o igual a la velocidad de la luz. 5. R: Como energía dimensional. 6. R: Descubrimiento de Plutón mediante el modelo de información matemática.

IV.

1. $a = 0.29 \text{ m/s}^2$

2. $w = 725.2 \text{ N}$

3. $f_e = 5.48 \text{ N}$ y $f_c = 2.74 \text{ N}$

4. $f_c = 29 \text{ N}$

5. $v = 10.24 \text{ m/s}$

6. $K = 79.01 \text{ J}$

7. $K = 2.754 \text{ MJ}$

8. $T = 14.25 \text{ J}$

9. $T = 14.4 \text{ J}$

10. $T = 16.08 \text{ J}$

11. $T = 705.6 \text{ J}$

12. $K = 32.32 \text{ J}$

13. $m = 40.8 \text{ kg}$

14. $U_p = 73.5 \text{ J}$

15. $U_p = 15.092 \text{ J}$

4.11. Soluciones de la autoevaluación

I. 1(a), 2(c), 3(b), 4(d), 5(a), 6(c), 7(b), 8(d)

II. 1. (f), 2.(b), 3.(c), 4.(e), 5.(g), 6.(d), 7.(h), 8.(a)

III. 1. $T = 126J$, $U_p = \text{cero}$. 2. $T = 3018.4J$

4.12. Conclusiones

Es importante reconocer las aportaciones que se hicieron en cada uno de los momentos de la historia, como es en el desarrollo de la época calor, luz, métricas de energía nos da la forma matemática de la energía, la exploración comienza con la óptica y la astronomía de Copérnico, la revolución científica inicia con el conocimiento milenario Chino, Islam e Indio, algunos genios tecnológicos y científicos visibles fueron Copérnico, Bacon, Leonardo da Vinci, Schwartz, Alberto el Grande, Alkhazan, entre otros más, en este periodo construyeron los cimientos de la termodinámica moderna. Durante la segunda época: Forma matemática de la energía, donde trabaja Borda en 1799 por el método del péndulo calcula la fuerza de aceleración de gravedad, hasta Henry Hess que enuncia el calor desprendido en una reacción química no depende de las etapas en que se haya realizado el proceso. En la tercera etapa, el desarrollo termodinámico y relativista, Nicolas Leonard Sadi Carnot reconoce que no se puede producir trabajo sin un diferencial de dos fuentes, una fría y la otra caliente. En esta época la Matemática es el rasgo distintivo en el desarrollo de la energía, las leyes de Newton con un espacio y tiempo invariante, son válidos en sistemas iniciales a velocidades muy bajas respecto a la velocidad de la luz c . El estudio complejo de las transformaciones de Galileo, de Lorentz, los postulados de la relatividad espacial, la dilatación del tiempo, la concentración del espacio, la $E=mc^2$, la termodinámica y sus leyes, el trabajo, los diferentes tipos de energías, todo ello, nos ayudan a encontrar explicaciones más sencillas de cada una de las acciones que pueden ocurrir con algunos objetos estáticos o en movimiento, considerando las fuerzas de fricción que se puedan presentar.

Referencias

- ¹ <http://denonwunderkammer.blogspot.mx/2010/08/laboratorio-de-alquimista.html>
- ² Mike Hockney (2014) The Mathematical Universe. Hyperreality Book
- ³ Nikos Drakos. Tensor and Relativity. [en línea] <http://www.mth.uct.ac.za/omei/gr/chap1/node1.html> [consulta: 3 de septiembre de 2005]
- ⁴ Newton papers. Cambridge digital library. Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://cudl.lib.cam.ac.uk/collections/newton>
- ⁵ Alonso Sepúlveda S. (2011) Geometría de Minkowski. Universidad de Antioquia: Medellín. Consulta: 10 de junio de 2014, de <http://barlai.udea.edu.co/pdfs/divulgacion/docs-Alonso/Fichero.%20Minkowski.pdf>
- ⁶ Michio Kaku (2009) Física de lo imposible. Barcelona: DEBATE
- ⁷ Blackmore John (1995) Ludwig Boltzmann his later life and philosophy 1900-1906 Netherlands: Kluwer [Google Book](#)
- ⁸ Diaz Hernandez, Manuel & et. al.(2006). Física 3.México.Umbral. Recuperado 1 de julio de 2014 de http://books.google.com.mx/books?id=gLX6_xbotgsC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false